Задача 10
базовый уровень

ЕГЭ 2016
МАТЕМАТИКА

Задача 4
профильный уровень

МАТЕМАТИКА

2016 ЕГЭ

Под редакцией И. В. Ященко

профильный уровень

Задача 4

базовый уровень

Задача 10

И. Р. Высоцкий,
И. В. Ященко

Теория вероятностей

Рабочая тетрадь

ФГОС

ББК 22.1я72
В92

Высоцкий И. Р., Ященко И. В.
ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Задача 4 (профильный уровень).
Задача 10 (базовый уровень) Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Ященко.
Электронное издание.
М.: МЦНМО, 2016.
61 с.
ISBN 978-5-4439-2417-5

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2016. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике в 2016 году по базовому и профильному уровням. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2016.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по теме «Теория вероятностей». Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

Подготовлено на основе книги:
Высоцкий И. Р., Ященко И. В. ЕГЭ 2016. Математика. Теория вероятностей. Задача 4 (профильный уровень). Задача 10 (базовый уровень) Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Ященко. — М.: МЦНМО, 2016. — ISBN 978-5-4439-0873-1

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)241–08–04.
`http://www.mccme.ru`

ISBN 978-5-4439-2417-5

Содержание

Введение

Настоящее пособие предназначено для подготовки к выполнению задания по теории вероятностей единого государственного экзамена (задача 4 профильного уровня и задача 10 базового уровня в варианте 2016 года).

Пособие состоит из диагностической работы Д1 с разбором решений, десяти тренировочных работ и трех дополнительных диагностических работ Д2—Д4, предназначенных для промежуточного контроля. В конце сборника даны ответы ко всем задачам.

Благодаря тому что задания первой части ЕГЭ по математике формируются с использованием открытого банка, задачи по вероятности также не будут сюрпризом для участников экзамена.

Теория вероятностей — один из наиболее важных прикладных разделов математики. Многие явления окружающего нас мира поддаются описанию только с помощью теории вероятностей. Ее преподают в школах многих стран, а в России она была возвращена в школу стандартом 2004 года и пока остается новым разделом.

Учащиеся и учителя еще испытывают определенные трудности при изучении теории вероятностей и статистики, связанные с отсутствием глубоких традиций преподавания и малочисленностью учебных материалов. Поэтому в 2016 году в ЕГЭ войдут только простейшие задачи по теории вероятностей.

Задачи сборника отвечают требованиям образовательного стандарта по теории вероятностей и охватывают весь круг тем экзаменационных задач. Вместе с тем в сборнике встречается несколько чуть более сложных задач, требующих знания некоторых вероятностных формул и законов.

Поэтому настоящий сборник рассчитан на любой уровень знаний и может использоваться не только при подготовке к экзамену, но и как дидактический материал при изучении регулярного курса теории вероятностей в основной и полной средней школе.

Для тех, кто почти ничего не знает про вероятность, в начале приводятся очень подробные решения, даже более подробные, чем в учебниках. Сборник поможет вам получить необходимые сведения по теории вероятностей или закрепить уже имеющиеся знания и навыки.

Внимание! Важно!

1. Каждая **диагностическая работа содержит задачи по различным темам**.

2. Каждая **тренировочная работа посвящена одному типу задач**.

3. Ответы к задачам пособия не связаны ограничениями ЕГЭ (только целое число или десятичная дробь), в частности **ответ может быть обыкновенной дробью**.

4. **Необходимые справочные материалы** помещены в конце сборника.

5. В школьном курсе теории вероятностей и в задачах ЕГЭ имеются общепринятые соглашения. Этих соглашений мы придерживаемся и здесь. А именно: монета, игральный кубик (кость), жребий считаются правильными (честными). Это означает, что при бросании жребия, монеты или кубика все элементарные события (исходы) опыта равно-

Ответы:

Диагностическая работа 1

Д1.1

Д1.2

Д1.3

Д1.4

Д1.5

Д1.6

Д1.7

Д1.8

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Д1.1. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Д1.2. Игральный кубик (кость) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, большее чем 4?

Д1.3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Д1.4. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

Д1.5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза?

Д1.6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Д1.7. В среднем из 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине аккумулятор окажется исправным.

Д1.8. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответы:

Д1.9. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Д1.9

Д1.10. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,1. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Д1.10

Д1.11. На экзамене по геометрии школьнику достается один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Д1.11

Д1.12. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Д1.12

Д1.13. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Д1.13

Д1.14. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

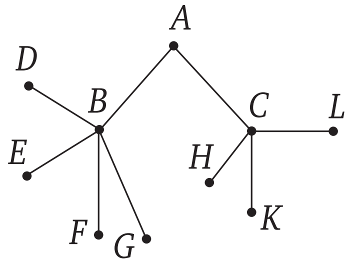
Д1.14

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

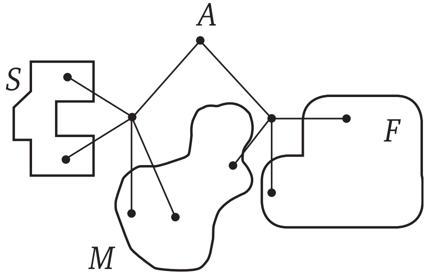
Д1.15

Д1.15. Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадет в точку G.



Д1.16

Д1.16. Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселку S, другие — в поле F или в болото M. Найдите вероятность того, что Павел Иванович забредет в болото.



Д1.17

Д1.17. Две фабрики одной фирмы выпускают одинаковые мобильные телефоны. Первая фабрика выпускает 30 % всех телефонов этой марки, а вторая — остальные телефоны. Известно, что из всех телефонов, выпускаемых первой фабрикой, 1% имеют скрытые дефекты, а у выпускаемых второй фабрикой — 1,5 %. Найдите вероятность того, что купленный в магазине телефон этой марки имеет скрытый дефект.

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - ,

Ответы:

Д1.18. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Д1.18

Образец написания:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 – ,

Решения задач диагностической работы 1

Предварительный комментарий. Задачи диагностической работы делятся на два блока. В задачах Д1.1—Д1.9 можно непосредственно выписать или хотя бы пересчитать равновозможные элементарные события эксперимента.

Решая такие задачи, нужно придерживаться общей схемы.

1. Определить, в чем состоит **случайный эксперимент и какие у него элементарные события (исходы)**. Убедиться, что они равновозможны.

2. Найти **общее число элементарных событий** N.

3. Определить, какие элементарные события благоприятствуют интересующему нас событию A, и **найти их число** $N(A)$. (Событие можно обозначить любой буквой.)

4. **Найти вероятность** события A по формуле $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(A)}{N}$.

Задачи Д1.10—Д1.14 несколько посложнее. Они требуют знания формул сложения и умножения вероятностей (см. справочные материалы в конце сборника).

Разумеется, каждая задача может быть решена разными способами.

Блок 1. Опыты с равновозможными элементарными исходами

> **Важно!** В пяти первых задачах для удобства можно выписать все элементарные события эксперимента.

Д1.1. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Решение. Случайный эксперимент — бросание жребия. Элементарное событие в этом эксперименте — участник, который выиграл жребий. Перечислим их:

(Вася), (Петя), (Коля) и (Лёша).

Общее число элементарных событий N равно 4. Жребий подразумевает, что элементарные события равновозможны.

Событию $A=\{\text{жребий выиграл Петя}\}$ благоприятствует только одно элементарное событие (Петя). Поэтому $N(A)=1$.

Тогда $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(A)}{N}=\dfrac{1}{4}=0{,}25$.

Ответ: 0,25.

Д1.2. Игральный кубик (кость) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, большее чем 4?

Решение. Здесь случайный эксперимент — бросание кубика. Элементарное событие — число на выпавшей грани. Граней всего шесть. Перечислим все элементарные события:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5 \text{ и } 6.$$

Значит, $N=6$.

Событию $A=\{$выпало больше чем 4$\}$ благоприятствуют два элементарных события: 5 и 6. Поэтому $N(A)=2$.

Элементарные события равновозможны, поскольку подразумевается, что кубик честный. Поэтому

$$\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Д1.3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение. Орел обозначим буквой О. Решку — буквой Р. В описанном эксперименте могут быть следующие элементарные исходы:

ОО, ОР, РО и РР.

Значит, $N=4$.

Событию $A=\{$выпал ровно один орел$\}$ благоприятствуют элементарные события ОР и РО. Поэтому $N(A)=2$.

Тогда $\mathrm{P}(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{2}{4}=0{,}5$.

Ответ: 0,5.

Д1.4. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

Решение. Элементарный исход в этом опыте — упорядоченная пара чисел. Первое число выпадает на первом кубике, а второе — на втором. Множество элементарных исходов удобно представить таблицей. Строки соответствуют результату первого броска, столбцы — результату второго броска. Всего элементарных событий $N=36$.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Напишем в каждой клетке таблицы сумму выпавших очков и закрасим клетки, где сумма равна 8 (см. рис.). Таких ячеек пять. Значит, событию $A=\{$сумма равна 8$\}$

благоприятствуют пять элементарных исходов. Следовательно, $N(A) = 5$. Поэтому $\mathrm{P}(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{36}$.

Ответ: $\frac{5}{36}$.

Д1.5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза?

Решение. Орел обозначим буквой О. Решку — буквой Р. В описанном эксперименте элементарные исходы — тройки, составленные из букв О и Р. Выпишем их все в таблицу:

Элементарный исход	Число орлов
ООО	3
ООР	**2**
ОРО	**2**
ОРР	1
РОО	**2**
РОР	1
РРО	1
РРР	0

Всего исходов получилось 8. Значит, $N = 8$.

Событию $A = \{$орел выпал ровно два раза$\}$ благоприятствуют элементарные события ООР, ОРО и РОО (они выделены в таблице). Поэтому $N(A) = 3$.

Тогда $\mathrm{P}(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

Ответ: 0,375.

Примечание. Эту задачу можно решить по формуле вероятности двух успехов в серии из трех испытаний Бернулли: $C_3^2 p^2 q = 3 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5 = 0{,}375$, где $p = 0{,}5$ — вероятность орла (успеха) при одном броске, а $q = 1 - p$ — вероятность решки (неудачи).

Важно! В следующих четырех задачах нет нужды выписывать все элементарные исходы. Достаточно подсчитать их количество.

Д1.6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение. Элементарный исход — спортсмен, который выступает последним. Последним может оказаться любой. Всего спортсменов $N = 4 + 7 + 9 + 5 = 25$.

Событию $A = \{$последний из Швеции$\}$ благоприятствуют только девять исходов (столько, сколько участвует шведских спортсменов). Поэтому $N(A) = 9$.