

В.Д. Бертяев Л.А. Булатов В.И. Латышев А.Г. Митяев

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Курсовые работы с использованием Mathcad



**В.Д. Бертяев, Л.А. Булатов,
В.И. Латышев, А.Г. Митяев**

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Курсовые работы с использованием Mathcad

*Рекомендовано УМО вузов по университетскому
политехническому образованию в качестве учебного пособия для
студентов высших учебных заведений, обучающихся по
машиностроительным специальностям*



Издательство АСВ
2010

УДК 534.1 + 538.56

Рецензенты:

Кафедра теоретической механики МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Заведующий кафедрой *В.В. Дубинин*;

Кафедра теоретической механики Московского автомобильно-дорожного института
(государственный технический университет).

Заведующий кафедрой *В.Б. Борисевич*.

Бертяев В.Д., Булатов Л.А., Латышев В.И., Митяев А.Г.

Теоретическая механика. Курсовые работы с использованием Mathcad:
Учебное пособие. Издательство АСВ. –М.: 2010, –304 с.

ISBN 978-5-93093-706-4

Описаны контрольно-обучающие программы по статике и кинематике: назначение, состав методического обеспечения, особенности работы с программами. Рассмотрены перспективы применения современных математических сред на примере пакета Mathcad при изучении теоретической механики. Приведена информация о системе дистанционного обучения ТулГУ, описан учебно-методический комплекс по теоретической механике, рассмотрены возможные технологии и имеющийся опыт использования комплекса в учебном процессе.

Ил.: 64. Табл.: 22. Библиогр.: 13

© В. Д. Бертяев, А. Л. Булатов, В. И. Латышев,
А. Г. Митяев; 2010

ISBN 978-5-93093-706-4

© Издательство АСВ, 2010

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика, являющаяся одной из фундаментальных дисциплин, играет существенную роль в подготовке бакалавров и специалистов всех инженерных направлений и специальностей подготовки.

На законах и принципах теоретической механики базируется целый ряд естественно научных и общетехнических дисциплин, таких как сопротивление материалов, теория машин и механизмов, детали машин, строительная механика и др. Решение инженерных и научных задач, проектирование новых машин, конструкций и сооружений также осуществляются на основе теорем и принципов теоретической механики.

Хорошие знания теоретической механики требуют не только глубокого усвоения теории, но и умения грамотно поставить задачу, решить ее, проанализировать результаты и при необходимости выбрать оптимальный вариант решения. Все вышеизложенное наиболее успешно может быть достигнуто при выполнении курсовых работ.

Данный сборник содержит 7 заданий по всем основным разделам теоретической механики, утвержденных Министерством образования Российской Федерации (кинематика – 1, статика – 3, динамика и аналитическая механика – 3). В нем приведены примеры выполнения заданий, основываясь на которых студенты (особенно заочных и вечерних форм обучения) смогут самостоятельно их выполнять. Большинство заданий при выполнении требуют проведения некоторых исследований и принятия на их основе практических рекомендаций.

Предлагаемые курсовые работы дают возможность после изучения изложенного материала самостоятельно решать более сложные и математически трудоемкие задачи механики.

Выполнение курсовых работ осуществляется с использованием математического пакета Mathcad, который представляет собой эффективное средство для аналитических преобразований и численного решения теоретических и практических задач. Область его применения простирается от простейших вычислений до расчета сложных задач в различных отраслях знаний. С помощью Mathcad можно с успехом решать задачи механики абсолютно твердых и деформируемых тел. Пакет имеет чрезвычайно удобный математико-ориентированный интерфейс и прекрасные средства графики.

Использование Mathcad в теоретической механике позволяет проводить анализ поведения механических систем в соответствии с поставленной задачей, что дает возможность решать реальные инженерные задачи учащимися младших курсов, не знакомых еще с численными методами и программированием, но имеющих базовые знания в курсе информатики.

Общие положения

Процедура постановки и решения задач теоретической механики включает в себя пять основных этапов:

- 1) формулировка задачи;
- 2) построение расчетной схемы;
- 3) построение математической модели;
- 4) реализация математической модели (решение задачи);
- 5) анализ результатов и принятие решений.

Первые три этапа включает в себя постановка задачи.

Формулировка задачи — это условие (текст) задачи. Она осуществляется руководителем работ совместно с исполнителем.

Расчетная схема — это рисунок, на котором изображены: рационально выбранная система координат; упрощенная схема механической системы в произвольном или заданном положении; механические характеристики и т.п. (в зависимости от применяемого метода).

Математическая модель — это система алгебраических и / или дифференциальных уравнений (уникальная для каждого применяемого метода), а также начальных условий, описывающих кинематическое поведение механической системы.

Реализация математической модели — это решение поставленной задачи выбранным на этапе постановки методом.

Анализ полученных результатов — это сравнение решений, полученных разными методами, определение критических состояний механической системы и нахождение оптимальных параметров для ее функционирования.

Требования к оформлению и защите

Работа представляется к защите в виде пояснительной записки. Пояснительная записка объемом 25–30 листов аккуратно оформляется на листах формата А4. Каждый лист должен быть пронумерован. Разделы и параграфы должны быть озаглавлены и пронумерованы. Формулы, на которые есть ссылки в тексте пояснительной записки, обязательно нумеруются. Листы должны быть скреплены между собой. Пояснительная записка включает в себя:

- 1) титульный лист;
- 2) аннотацию (краткое содержание работы);
- 3) оглавление с нумерацией страниц каждого раздела;
- 4) схему механизма (конструкции) и необходимые численные данные для выполнения задания (на отдельном листе);
- 5) постановку задачи. Описание подхода к решению задачи, формулировку математической модели и методов решения, использованных в процессе работы над проектом.
- 6) решение полученной системы уравнений;
- 7) анализ результатов;
- 8) список литературы.

При защите работы оценивается следующее: оформление пояснительной записки; правильность постановки и решения задач механики; самостоятельность выполнения задания; грамотный анализ полученного решения.

При защите необходимо уметь прокомментировать любой метод решения, уметь определять механические характеристики системы по требованию преподавателя.

1. КИНЕМАТИКА

Данное задание посвящено применению основных теорем и принципов кинематики к исследованию механических систем. Студенты, выполняя то или иное задание, должны получить навыки и умения:

- нахождения геометрических связей, наложенных на заданный механизм, и формулировку их в математическом виде;
- составления уравнений движения произвольной точки механизма и определения ее траектории, скорости, ускорения;
- применения теорем о сложении скоростей и ускорений в плоском движении твердого тела и в сложном движении точки;
- решения поставленной задачи аналитическим и графическим способом.

К1. КИНЕМАТИКА ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Плоские механизмы имеют широкое применение в технике. Кинематическое исследование этих механизмов играет важную роль на этапе предварительного проектирования узлов и звеньев сложных машин. Проектируя новую машину или прибор, разработчик должен уметь создавать такие кинематические схемы, чтобы выходные звенья механизма совершали движения, требуемые технологическим процессом. При этом часто приходится искать способы получения заданных движений всего механизма или его отдельных звеньев в зависимости от тех или иных ограничений, определяемых условиями функционирования машины.

Цель курсовой работы

Приобретение навыков кинематического расчета плоского шарнирного механизма с использованием различных методов.

Содержание курсовой работы

Объектом исследования является плоский многозвенный шарнирный механизм с одной степенью свободы, ведущее звено которого движется по закону

$$\varphi(t) = \omega_0 t,$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \text{ рад/с}$ – угловая скорость; T – период вращения ведущего звена.

Требуется

Применяя различные методы и теоремы кинематики, определить: закон движения ведомых звеньев механизма; угловые скорости, угловые ускорения звеньев, совершающих вращательные и плоское движения; закон движения, траекторию, а также скорости и ускорения заданных точек и звеньев, совершающих поступательные движения.

Схемы механизмов, а также геометрические характеристики тел приведены в альбоме заданий.

Методы исследований:

- аналитический метод;
 - геометрические (графический и графоаналитический) методы.
1. С помощью аналитического метода составить уравнения геометрических связей механизма, получить зависимости углов поворотов ведомых звеньев от времени или от угла поворота ведущего звена.
 2. Получить системы разрешающих уравнений для определения угловых скоростей и ускорений ведомых звеньев, а также линейной скорости и ускорения звена, движущегося поступательно.
 3. Записать уравнения для вычисления координат, линейных скоростей и ускорений точек, определенных в задании.
 4. Используя основные теоремы плоскопараллельного движения твердого тела, выполнить расчет скоростей и ускорений всех звеньев и всех узловых точек (шарниров) механизма для заданного его положения.
 5. Используя основные теоремы сложного движения точки при вращательном переносном движении, выполнить расчет скоростей и ускорений всех звеньев и всех узловых точек (шарниров) механизма для заданного его положения.
 6. Сравнить решения, полученные разными геометрическими методами.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Провести кинематическое исследование плоского шарнирного многозвенного механизма с одной степенью свободы, для которого известны все геометрические размеры и закон движения ведущего звена (рис. 1).

Определить законы движения всех звеньев механизма, угловые скорости и ускорения ведомых звеньев, а также линейные скорость и ускорение звена, движущегося поступательно. Вычислить скорости и ускорения всех узловых точек механизма, а также точек M и K , в зависимости от значения угла поворота ведущего звена $\varphi(t)$. Произвести визуализацию механизма, изобразить траектории, векторы скоростей и ускорений всех его заданных точек, если даны:

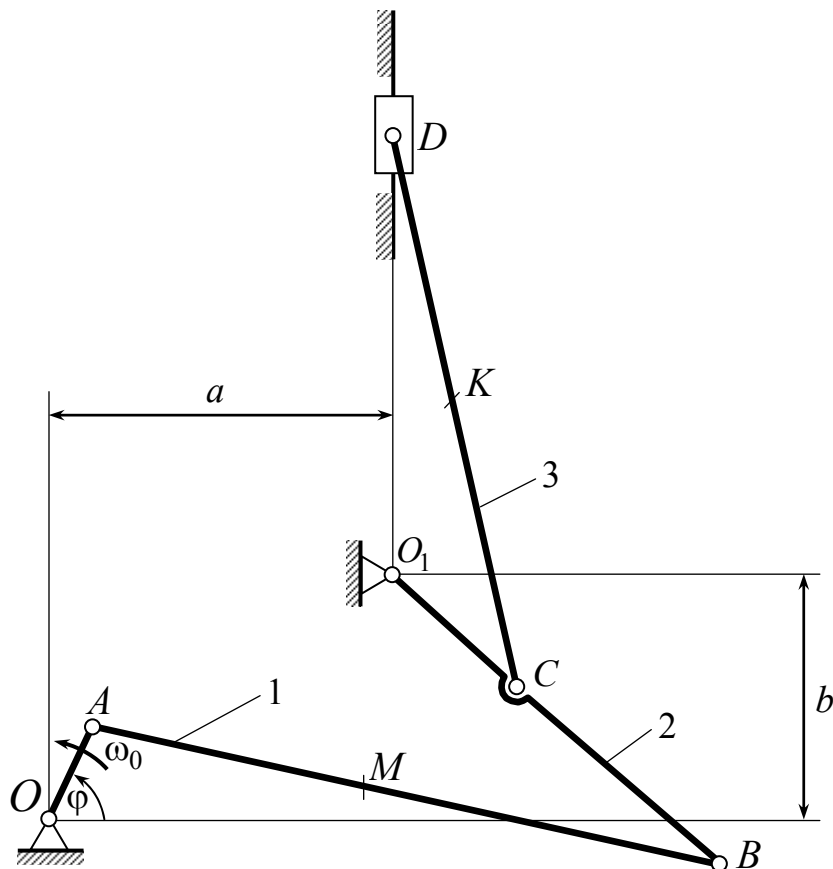
- геометрические размеры

$$OA, AM, AB, O_1B, O_1C, CD, CK, a, b;$$

- закон движения ведущего звена механизма

$$\varphi(t) = \omega_0 t,$$

где ω_0 – угловая скорость ведущего звена.



Исходные данные

геометрические размеры

$$OA = 15 \text{ см}, \quad AM = 42 \text{ см}, \quad AB = 97 \text{ см}, \quad O_1B = 60 \text{ см}, \quad O_1C = 45 \text{ см}, \\ CD = 86 \text{ см}, \quad CK = 47 \text{ см}, \quad a = 50 \text{ см}, \quad b = 37 \text{ см};$$

закон движения ведущего звена механизма

$$\varphi(t) = \omega_0 t,$$

где $\omega_0 = \frac{\pi}{18} \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость ведущего звена.

Рис. 1. Схема механизма и исходные данные для расчета

1. Аналитический метод

Составление уравнений геометрических связей

Изобразим плоский механизм в произвольном положении (рис. 2).

В качестве системы отсчета примем правую декартову систему координат. Начало системы координат расположим в подшипнике O . Положительные углы поворота в этом случае направлены против часовой стрелки.

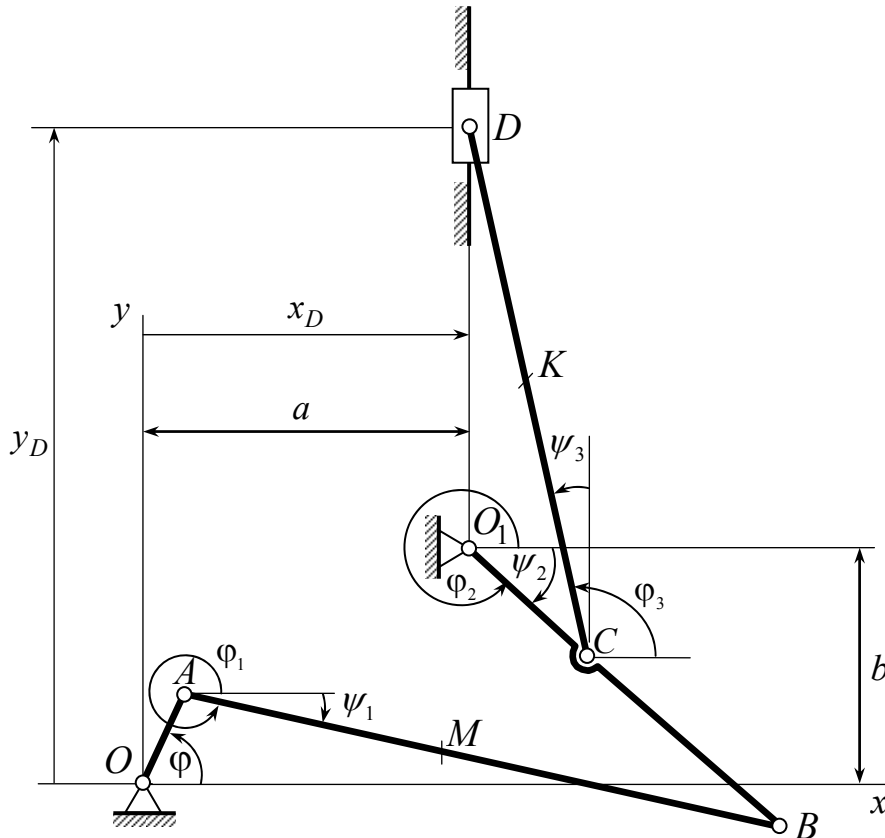


Рис. 2. Расчетная схема механизма

Изобразим углы поворота звеньев φ_k , $k=1,2,3$, отсчитывая их от горизонтальной оси Ox в положительном направлении.

В состав данного многозвенного механизма входят:

- два кривошипа OA и O_1B , которые совершают вращательное движение вокруг неподвижных осей, перпендикулярных плоскости xOy и проходящих через точки O и O_1 соответственно;
- два шатуна AB и CD , совершающих плоскопараллельное движение в плоскости xOy ;

- ползун D , который движется возвратно-поступательно вдоль направляющей параллельной оси Oy ;
- неподвижное звено OO_1 .

Для составления уравнений геометрических связей выделим точки механизма, траектории которых известны. К этим точкам относятся шарниры A , B , C и D . Точки A , B и C движутся по окружностям радиусов OA , O_1B и O_1C соответственно, а ползун D – по прямолинейной траектории, параллельной оси Oy (см. рис. 2).

Шарнир A принадлежит одновременно шатуну AB и кривошипу OA , для которого известен закон вращательного движения и, следовательно, закон движения точки A определен. Шарнир B принадлежит одновременно шатуну AB и кривошипу O_1B , а шарнир C – шатуну CD и кривошипу O_1B . Из двух точек C и B , одновременно принадлежащих кривошипу O_1B , одна является зависимой, т.е. определение закона движения одной точки приводит к возможности определения закона движения для другой.

Так как закон плоскопараллельного движения твердого тела можно определить по двум любым точкам этого тела, в качестве базовых точек при составлении уравнений геометрических связей примем точки B и D .

Построим для этих точек векторные контуры, с помощью которых можно составить уравнения геометрических связей (рис. 3):

$$\text{для точки } B \text{ (рис. 3, а)} \quad \bar{r}_B \equiv \bar{r}_A + \bar{\rho}_{AB} = \bar{r}_{O_1} + \bar{\rho}_B, \quad (1)$$

$$\text{для точки } D \text{ (рис. 3, б)} \quad \bar{r}_D = \bar{r}_{O_1} + \bar{\rho}_C + \bar{\rho}_{CD}. \quad (2)$$

Для получения уравнений геометрических связей запишем соотношения (1), (2) в проекциях на оси координат Ox и Oy :

$$\begin{aligned}
OA \cos(\varphi) + AB \cos(\varphi_1) &= a + O_1B \cos(\varphi_2), \\
OA \sin(\varphi) + AB \sin(\varphi_1) &= b + O_1B \sin(\varphi_2), \\
a &= a + O_1C \cos(\varphi_2) + CD \cos(\varphi_3), \\
y_D &= b + O_1C \sin(\varphi_2) + CD \sin(\varphi_3).
\end{aligned}$$

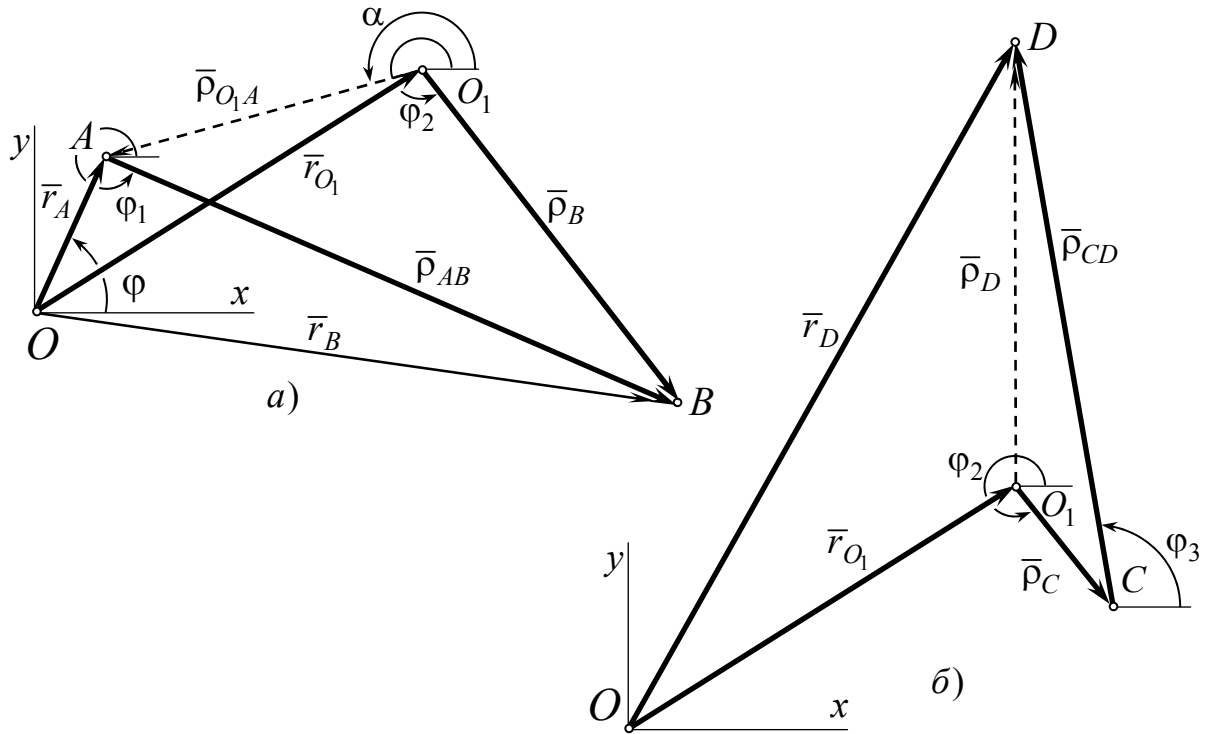


Рис. 3. Векторные контуры для базовых точек механизма

Переносим слагаемые с неизвестными функциями в одну сторону, получим уравнения геометрических связей в координатной форме:

$$\begin{aligned}
AB \cos(\varphi_1) - O_1B \cos(\varphi_2) &= a - OA \cos(\varphi), \\
AB \sin(\varphi_1) - O_1B \sin(\varphi_2) &= b - OA \sin(\varphi), \\
O_1C \cos(\varphi_2) + CD \cos(\varphi_3) &= 0, \\
O_1C \sin(\varphi_2) + CD \sin(\varphi_3) - y_D &= b.
\end{aligned} \tag{3}$$

В уравнениях (3) задаваемой функцией является закон вращения ведущего звена $\varphi(t)$, а определяемыми функциями времени являются

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t), y_D(t).$$

Система (3) представляет замкнутую систему уравнений для нахождения законов движения всех звеньев многозвенного механизма.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Общие положения	4
Требования к оформлению и защите	5
1. КИНЕМАТИКА	6
К1. КИНЕМАТИКА ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ	6
Цель курсовой работы.	6
Содержание курсовой работы.....	6
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	8
1. Аналитический метод	10
2. Результаты расчетов.....	19
3. Определение кинематических характеристик механизма в заданном положении с помощью теорем плоского движения твердого тела.....	29
4. Определение кинематических характеристик механизма в заданном по- ложении с помощью теорем сложного движения точки	46
Анализ результатов вычислений	59
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	61
2. СТАТИКА	68
С 1. ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ ФЕРМ	69
Цель курсовой работы	70
Содержание курсовой работы.....	70
Порядок выполнения работы	70
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	72
1. Определение реакций внешних связей	73
2. Определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов	75
3. Определение усилий методом Риттера	84
4. Результаты расчетов.....	87
5. Анализ результатов вычислений	96
6. Выводы.....	105
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	106
С 2. РАВНОВЕСИЕ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ	114

Цель курсовой работы	114
Содержание курсовой работы.....	114
Порядок выполнения работы	115
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	116
1. Определение реакций внешних и внутренних связей	117
2. Определение M_A , \bar{X}_B , \bar{Y}_B оптимальным способом.....	120
3. Альтернативное расположение опор внешних связей	121
4. Результаты расчетов.....	124
5. Анализ результатов вычислений и выводы.....	130
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	131
С 3. РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ	147
Цель курсовой работы	147
Содержание курсовой работы.....	147
Порядок выполнения работы	148
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	149
1. Составление уравнений равновесия.....	150
2. Составление уравнений геометрических связей.....	157
3. Результаты расчетов.....	158
4. Анализ результатов вычислений и выводы.....	165
5. Выводы	170
3. ДИНАМИКА.....	171
Д 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ	
С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ	172
Цель курсовой работы	173
Содержание курсовой работы.....	173
Порядок выполнения работы	174
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	176
1. Составление дифференциального уравнения движения механической системы.....	178
2. Определение реакций внешних и внутренних связей	183
3. Определение закона движения системы.....	186
4. Результаты расчетов.....	189
5. Анализ результатов вычислений	192

6. Результаты анализа	206
Выводы	209
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	211
Д 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА С КУЛИСНЫМ ПРИВОДОМ.....	217
Цель курсовой работы	217
Содержание курсовой работы.....	217
Порядок выполнения работы	218
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	219
1. Составление дифференциального уравнения движения механизма	221
2. Определение реакций внешних и внутренних связей	226
3. Результаты расчетов.....	231
4. Анализ результатов вычислений	240
5. Результаты анализа	248
Выводы	251
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	252
Д 3. ДИНАМИКА ПЛОСКИХ ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	258
Цель курсовой работы	258
Содержание курсовой работы.....	258
Порядок выполнения работы	259
ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	260
1. Составление дифференциального уравнения движения механизма	262
2. Нахождение реакций внешних и внутренних связей	268
3. Результаты расчетов.....	270
4. Анализ результатов вычислений	281
5. Результаты анализа	290
Выводы	296
АЛЬБОМ ЗАДАНИЙ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА.....	298
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	304

Учебное пособие

Виталий Дмитриевич Бертяев

Леонид Алексеевич Булатов

Валерий Иванович Латышев

Анатолий Григорьевич Митяев

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

КУРСОВЫЕ РАБОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATHCAD

Редактор: *Г.М. Мубаракшина*
Дизайн обложки: *Н.С. Романова*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98.
Подписано к печати 27.15.10. Формат 70x100/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. 19,5 п.л. Тираж 500 экз. Заказ №

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, отдел реализации – оф. 511
тел., факс: (499)183-56-83, e-mail: iasv@mgsu.ru, <http://www.iasv.ru/>