


В.Б. МЕЩЕРЯКОВ

**СТАТИКА
ДИНАМИКА
И УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ
С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА**

The bottom half of the cover features an abstract geometric design. It consists of several thick white diagonal lines that intersect with a thin white horizontal line near the bottom edge. The lines create a sense of movement and depth against the dark red background.

В. Б. Мещеряков

**СТАТИКА, ДИНАМИКА
И УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ
СТЕРЖНЕЙ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ
СДВИГА**



Издательство Ассоциации строительных вузов

Москва

2014

УДК 533.951: 539.3.8
М 56

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор МИИТ *В.Д. Потапов*;
доктор технических наук, профессор МАрХИ *В.А. Смирнов*

Мещеряков В.Б.

Статика, динамика и устойчивость тонкостенных стержней с учетом деформаций сдвига. – М.: Изд-во АСВ, 2014. – 264 с.

ISBN 978–5–93093–946–0

В монографии изложена теория расчета тонкостенных стержней открытого профиля с учетом деформаций сдвига в срединной поверхности. В основу построения теории положены результаты качественного анализа интегралов полной системы уравнений, описывающих работу тонкой цилиндрической оболочки, проведенного в 1949 г. А.Л. Гольденвейзером. Динамические уравнения получены на основе принципа Гамильтона.

Построенная теория иллюстрируется примерами и задачами определения перемещений и напряжений при статических нагрузках, расчетом свободных и вынужденных колебаний, задачами продольного и поперечного удара массивного тела по тонкостенному стержню с учетом распространения и отражения волн.

Рассмотрена статическая и динамическая устойчивость упругих тонкостенных стержней открытого профиля, а также потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия и плоской формы равновесия при ударе массивного тела. Диссипативные силы учитываются на основе теории внутреннего неупругого сопротивления в материалах, построенной Е.С. Сорокиным.

Последняя, десятая глава книги имеет прикладной характер. В ней изложены результаты исследования работы осадительных электродов (составленных из тонкостенных стержней открытого профиля) промышленных электрофильтров при действии периодических ударов.

Монография содержит обзор литературы, список использованных источников, именной и предметный указатели.

ISBN 978–5–93093–946–0

© Мещеряков В.Б., 2014
© Издательство АСВ, 2014

ВВЕДЕНИЕ

Тонкостенные стержни открытого профиля находят широкое применение во многих областях промышленности и строительства. Теория расчета тонкостенных стержней начиная с 1899 г. создана известными учеными: L. Prandtl [254], A. Michell [246], С.П. Тимошенко [176], R. Kappus [234, 235], H. Wagner [270], C. Weber [271], В.З. Власов [30–32] и др.

За более чем столетний период эта теория трудами многих ученых непрерывно развивалась по целому ряду направлений. В частности, в работах автора [100–115] построена теория тонкостенных стержней открытого профиля с учетом деформаций сдвига. Динамическое поведение тонкостенных стержней было описано системой трех уравнений в частных производных четвертого порядка [110, 113]. Позднее была получена эквивалентная система шести уравнений в частных производных второго порядка [131].

Построенная система уравнений использована при решении ряда задач статического и динамического расчета тонкостенных стержней. Решены задачи распространения волн, свободных и вынужденных колебаний, а также рассмотрены задачи статической и динамической устойчивости, проблемы удара массивного тела по тонкостенному стержню.

В период с 1969 г. по настоящее время существенную помощь автору в проведении исследований оказали и оказывают коллеги по кафедре и аспиранты. Результаты совместной работы нашли отражение в публикациях, вошедших в список литературы. В настоящем издании использованы некоторые результаты этих совместных работ. Автор признателен своим коллегам за их самоотверженный труд; особенно это относится к Е.Н. Курбацкому, А.И. Завьялову, А.О. Шимановскому, Е.В. Чефановой.

Особую благодарность выражаю профессорам Вадиму Дмитриевичу Потапову и Владимиру Анатольевичу Смирнову за ценные замечания по тексту, с учетом которых заметно улучшилось содержание книги.

1. ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ

1.1. Краткий обзор развития теории тонкостенных стержней

В 1899 г. в диссертации L. Prandtl [254] была рассмотрена задача устойчивости плоской формы изгиба полосы. Это частный случай тонкостенного стержня, не имеющего секториальной жесткости. Этой же проблеме была посвящена статья A.G. Michell [246]. В будущее здание теории был положен первый кирпич.

Существенный вклад в теорию тонкостенного стержня сделал С.П. Тимошенко, рассмотрев явление стесненного кручения двутавровой балки [176]. Им было получено уравнение кручения, применимость которого к профилю произвольного очертания подтвердили последующие авторы и указали общий способ вычисления соответствующей (секториальной) жесткости.

Результаты, полученные С.П. Тимошенко, были немедленно востребованы в различных областях машиностроения (особенно в самолетостроении), нуждавшихся в уточнении существующих методов расчета тонкостенных элементов конструкций.

В работах С. Weber [271], H. Wagner, W. Pretscher [269], и R. Karpus [234, 235] делаются попытки построения общей теории тонкостенного стержня открытого профиля. Уравнение кручения распространяется на несимметричные сечения, устанавливается совпадение центра изгиба с центром кручения (при игнорировании деформаций сдвига).

В работе H. Wagner, W. Pretscher [269] опубликованы формулы для определения критических сил при крутильной форме потери устойчивости. Однако, как показал позднее В.З. Власов [30–32], эти формулы оказались верны лишь для стержней с двумя плоскостями симметрии. П.М. Знаменский [71] предложил формулы критической силы при закручивании, но они имели ту же область применения, что у Вагнера.

Общая теория прочности, устойчивости и колебаний тонкостенных стержней открытого профиля была создана В.З. Власовым [29–32]. Введение двух кинематических гипотез – об отсутствии деформаций контура поперечного сечения и об игнорировании деформаций сдвига в срединной поверхности – позволило существенно упростить уравнения теории оболочек и получить все необходи-

мые соотношения, удобные для практических приложений. Были установлены ошибки предшествующих авторов, а также непригодность формулы Эйлера в общем случае потери устойчивости при осевом сжатии.

После выхода в свет монографии В.З. Власова [32] теория расчета тонкостенных стержней стала бурно развиваться и популяризоваться. Существенное влияние на овладение инженерами теорией и на введение основ теории в учебники оказали помимо работ В.З. Власова и сотрудников руководимой им лаборатории также работы следующих авторов: Г.Ю. Джанелидзе [58, 59], Г.Ю. Джанелидзе и Я.Г. Пановко [60], С.Н. Кана [74], С.Н. Кана и Я.Г. Пановко [75].

В лаборатории ЦНИПС под руководством В.З. Власова были поставлены эксперименты. Результаты опубликованы в работах Д.В. Бычкова и А.К. Мрощинского [26], В.З. Власова [32], А.Р. Ржаницына [159, 161], С.И. Стельмаха [173]. Эти результаты показали удовлетворительное согласование измеренных напряжений с расчетными данными, следовательно, описание напряженного состояния с помощью разработанной теории не вызывало сомнений. Однако в деформированном состоянии значительная величина касательных напряжений, получаемая по уравнениям теории В.З. Власова, противоречила принятой в этой теории гипотезе отсутствия сдвигов.

Дальнейшее подтверждение этого обстоятельства было получено в работах Л.Н. Воробьева и Н.Т. Глазуновой [38], В.А. Шматкова и А.А. Чиркова [200] – при испытаниях на стесненное кручение трубы с узкой щелью было обнаружено заметное расхождение в величинах экспериментальных и теоретических углов закручивания.

Анализу исходных гипотез теории В.З. Власова посвящено значительное число работ, среди которых диссертация Ю.Н. Работнова [158], статьи К.Д. Туркина [182] и Е.Д. Кондрашева [83].

Развитие теории расчета тонкостенных стержней подробно описано в обзорных работах Я.Г. Пановко [146], Я.Г. Пановко и Е.А. Бейлина [148], Б.Н. Горбунова и А.И. Стрельбицкой [54], а также в обзоре С.Ф. Kollbrunner, N. Hajdin [236].

В работе Л.Г. Кобец [79] предложена нелинейная теория изгибного кручения незамкнутых тонкостенных стержней.

Теория упругости дает возможность наиболее точного обследования справедливости приближенных теорий. Основываясь на этом, А.К. Мрощинский [138] впервые подтвердил достаточную точность четырехчленной формулы для напряжений. Метод перемещений, предложенный А.В. Александровым для плитно-балочных

и складчатых систем, позволил ему исследовать работу тонкостенных стержней при действии продольных сил [1].

Результаты исследования показали, что теория тонкостенных стержней учитывает главную часть напряженного состояния стержня. Отклонения от закона секториальных площадей при действии продольных сил наблюдаются лишь вблизи места приложения этих сил. Эти же вопросы рассматриваются в статье Е.П. Любовского [97], где имеется качественное экспериментальное подтверждение.

Следует отметить также работы Б.М. Броуде и Е.В. Борисова [22], Ю.С. Воробьева [41], М.Н. Закса [62]. В статье Е.С. Сорокина и А.С. Архипова [172] поперечные колебания балки исследованы с помощью уравнений теории упругости.

В работах Л.Н. Воробьева [36], П.Д. Мищенко [136] установлено, что влияние деформаций сдвига заметно сказывается на перемещениях оси стержня и углах закручивания, а при вычислении напряжений деформациями сдвига можно пренебречь. Эти выводы согласуются с результатами экспериментов, изложенных в работах Б.М. Броуде [21], Д.В. Бычкова и А.К. Мрощинского [26], В.З. Власова [32], С.И. Стельмаха [173], В.А. Шматкова и А.А. Чиркова [200].

Общие вопросы устойчивости равновесия конструкций и родственные проблемы рассматриваются в работе А.В. Перельмутера и В.И. Сливкера [280].

Новый подход к построению теории тонкостенных стержней предложен в статье А.Л. Гольденвейзера [48]. В ней проведен качественный анализ интегралов полной системы уравнений, описывающих работу тонкой цилиндрической оболочки. Показана возможность построения теории расчета коротких стержней (для которых можно пренебречь сен-венановским кручением) с учетом деформаций сдвига. Тонкостенные стержни средней длины (для которых нельзя пренебречь сен-венановским кручением), как отмечает А.Л. Гольденвейзер, «...до конца исследовать не удалось». Влияние сдвигов на напряжения в поперечных сечениях стержня оказалось на порядок меньше, чем влияние на перемещения в тех же сечениях. (К таким же результатам пришли в своих работах Л.Н. Воробьев [36] и П.Д. Мищенко [136] с помощью метода последовательных приближений.)

В результате анализа А.Л. Гольденвейзером обнаружено, что гипотеза отсутствия деформаций контура поперечного сечения не нужна для построения теории, однако принятие ее не приводит к ошибкам, так как на основное напряженное состояние, учитываемое в теории стержней, влияют только такие деформации оболочки, при

которых контур сохраняется неизменным. Результаты, полученные А.Л. Гольденвейзером, позволяли уточнить пределы применимости теории В.З. Власова.

Начиная с 1964 г. автор в ряде статей [108–115] предложил развитие теории тонкостенных стержней открытого профиля с учетом деформаций сдвига. В основу исследования была положена работа А.Л. Гольденвейзера [48]. В статье [109] содержание анализа, проведенного в работе [48], излагается языком гипотез. Эти гипотезы не совпадают с гипотезами В.З. Власова [32]. Первая гипотеза утверждает, что система уравнений неразрывности теории оболочек при построении теории стержней может быть упрощена и сведена к одному уравнению. Решение этого уравнения приводит к известной четырехчленной формуле для относительной продольной деформации. Во второй гипотезе считается возможным пренебречь взаимным надавливанием волокон (это, кстати говоря, совпадает с одной из основных гипотез сопротивления материалов при рассмотрении изгиба бруса).

В статьях автора [107–108] анализ напряженного и деформированного состояния дополнен учетом продольных краевых и поверхностных нагрузок. В статье [110] подведен итог исследований по построению общих уравнений теории тонкостенных стержней открытого профиля с учетом сдвигов. Дальнейшие публикации автора [111–115, 118, 119] посвящены вопросам колебаний и устойчивости тонкостенных стержней с учетом сдвигов, а также с учетом внутреннего неупругого сопротивления в материале.

Расчет криволинейных тонкостенных стержней рассмотрен в работе Е.А. Бейлина [12]. Общие уравнения пространственной деформации тонкостенного стержня с круговой осью большой кривизны получены в работе А.В. Александрова [3].

Изучению деформаций контура при кручении тонкостенных стержней посвящены работы Г.П. Бурчака и А.Д. Гершгорина [25], А.С. Соколовой [169], Б.В. Карabanова [76], а также зарубежные исследования: В. Coodier [211], Т.Г. Huang [232], Н. Erhard [218], Е. Heinz [227, 228].

В статье автора с Ю.Ю. Соринным [126] изложены результаты экспериментально-теоретического исследования деформаций контура в тонкостенных стержнях.

Большое количество исследований посвящено расчету тонкостенных стержней на устойчивость. Многие из них выполнены с использованием уравнений устойчивости, предложенных В.З. Власовым [32]. Позднее было обнаружено, что эти уравнения следует

уточнить. В работах Б.М. Броуде [21], Л.Н. Воробьева [37] было показано, что потеря устойчивости стержня при внецентренном сжатии или при действии поперечной нагрузки возможна только в том случае, когда эта нагрузка лежит в плоскости наибольшей жесткости, являющейся одновременно плоскостью симметрии. Это удалось установить путем рассмотрения деформаций, имеющих место до потери устойчивости.

Возникло понятие о деформационном расчете, когда за основу принимается расчетная схема стержня в деформированном состоянии. На эту тему появилось много исследований. Отметим работы С.П. Вязьменского [44], Г.Ш. Подольского [154], А.З. Зарифьяна [64], Е.А. Бейлина [11, 12], Н. Erhard [218].

В.В. Болотин в статье [15] изложил интегральные уравнения стесненного кручения и устойчивости тонкостенных стержней. В статье [19] того же автора даны оценки погрешностей уравнений в прикладной теории упругости, в частности при рассмотрении тонкостенных стержней.

В.Д. Потапов [155] показал, что в уравнениях устойчивости стержня под действием распределенных продольных сил в работе В.З. Власова [32] содержится неточность при записи уравнений. Устойчивость тонкостенных стержней с упругими связями рассмотрена в работах Б.М. Броуде [21], В.В. Болотина [17], Г.П. Бурчака [24], Е.А. Бейлина [10]. Задачи устойчивости тонкостенных стержней с учетом деформаций сдвига были решены в работах Л.Н. Воробьева [37], П.Д. Мищенко [136], автора [112, 115]. В статье В.Д. Потапова и М.А. Папаева [281] рассмотрена аэродинамическая устойчивость при стохастическом воздействии. А.В. Александров в статье [4] дал количественную оценку роли отдельных элементов стержневой системы в процессе потери устойчивости.

Устойчивость стержня при действии следящей силы была рассмотрена в работах Г.А. Тумашик [181] и Р.А. Djondjorov, V.M. Vassilev [214]. В критической статье Д.В. Деревянкина и В.И. Сливкера [56] отмечено, что в этих двух работах используются неравнозначные модели стержня. В работе [181] учет деформаций сдвига выполнен на основе теории С.П. Тимошенко. Однако напрасно сделана ссылка на работу S. Nemat-Nasser [251], в которой якобы эта модель предложена. Исторически известно, что идею модели С.П. Тимошенко для частного случая устойчивости впервые опубликовал в 1891 г. F. Engesser [217]. В работе [214] использована физически некорректная модель стержня с учетом деформаций сдвига, предложенная в монографии В. Колоушека [81].

В статье В.И. Сливкера [282] рассмотрена задача устойчивости стержня под действием сжимающей силы с фиксированной линией действия. В работе Ю.Г. Исполова и В.И. Сливкера [276] рассмотрена задача о консервативной моментной нагрузке.

В работе В.М. Круглова с соавторами [277] исследованы различные модели тонкостенных стержней применительно к задачам устойчивости равновесия. Общие вопросы теории расчета тонкостенных стержней рассматриваются в работах F. Maceri, G. Vairo [284], A. Hamdouni, O. Millet [285], K. Saade, B. Espion, G. Warzee [286], Y.M. Vetyukov [287–288].

Трудами многих исследователей накоплен богатый материал по критическим значениям различных нагрузок. Естественным образом возникает вопрос: как можно использовать критические значения отдельных нагрузок, если эти нагрузки действуют совместно и их соотношение произвольное.

Использование парциальных критических значений различных нагрузок для оценки устойчивости упругой системы возможно на основе понятия пограничной поверхности, введенного П.Ф. Папковичем [152]. Пограничная поверхность (или кривая – в случае действия двух нагрузок) может быть найдена точным или приближенным способом.

Первую задачу о совместном действии сжатия и чистого изгиба балки-полосы в указанном плане решил С.П. Тимошенко [178], получив для пограничной кривой уравнение параболы. В табличной форме это уравнение было использовано в НиТУ-46 [145].

Различными авторами получены приближенные уравнения пограничных кривых в некоторых частных случаях. В работе М.М. Гохберг [51] были получены пограничные кривые для сочетания двух поперечных нагрузок. В статье Я.А. Пратусевича [157] построена пограничная кривая для консоли, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой и сосредоточенной силой на свободном конце.

В работе А.З. Зарифьяна [63] были построены пограничные кривые для некоторых случаев сочетания нагрузок. В работе В.Ф. Луковникова [96] была сделана попытка вывода общего уравнения пограничной кривой при сочетании сжатия стержня с произвольной поперечной нагрузкой. Но при выводе не учтена работа сжимающей силы на деформациях сечений, поэтому результат получен неправильный.

В статье Е.А. Бейлина и В.В. Егорова [273] рассмотрена устойчивость криволинейного стержня, нагруженного трехпараметрической нагрузкой. В работе Г.М. Чувикина [197] рассмотрена устойчи-

вость шарнирно опертого стержня при одновременном действии сжатия и изгиба.

Особенно следует отметить работы M.G. Salvadori [256, 257], в которых построены графики пограничных кривых для нескольких случаев сочетания нагрузок.

В ряде работ предложено заменять пограничную поверхность, обладающую свойством выпуклости, плоскостью, что идет в запас устойчивости. Этому вопросу были посвящены работы Б.М. Броуде [20], М.С. Бернштейна [14]. Ввиду использования при этом принципа наложения предлагались приемы построения и использования в расчетах на устойчивость линий влияния. Отметим работы А.П. Коробова [86, 87], А.Ф. Смирнова [167], В.Ф. Луковникова [96], Г.Г. Влайкова [28].

Практическое использование теории тонкостенных стержней связано с необходимостью определения геометрических характеристик, которые не встречаются в расчетах стержней сплошного сечения. Вопросы определения секториальных моментов инерции рассматриваются в работах А.Р. Ржаницына [160] и В.А. Бабичкова [8]. В связи с учетом деформаций сдвига появляются дополнительные геометрические характеристики и выражаемые через них коэффициенты формы сечения. Этот вопрос рассмотрен в работах А.Л. Гольденвейзера [48], G.R. Cowper [212], а также автора [108, 132].

1.2. Обзор работ по динамике тонкостенных стержней

Исследования динамической работы тонкостенных стержней выполнены, как правило, с использованием уравнений В.З. Власова [32], принадлежащих к параболическому типу. Свободные колебания рассматривались в работах Н.И. Карякина [77], Б.А. Корбута [84], Г.В. Воронцова [43], а также зарубежными исследователями: J.L. Farrell, J.K. Newton and other [220], J.M. Gere [222, 223], T. Leko [236], H.R. Lembcke [237], M. Linnert [239, 240], K.H. Schreder [261].

Вынужденные колебания изучались Н.И. Безуховым и О.В. Лужиным [9], К.Н. Schreder [260]. Колебания нагруженных стержней рассматривались Е. Chwalla [209], R. Neilig [224]. Нагрузка взрывного типа рассмотрена в работе Ю.С. Воробьева и А.В. Колодяжного [42].

В работе Е.А. Бейлина [10] рассмотрено влияние упругого стеснения деформации торцов на частоты изгибно-крутильных колебаний и влияние деформаций контура на колебания нагруженных стержней; последний вопрос рассмотрен также в работе A.D.S. Barr,

T. Duthie [205]. В работе S.K. Biswas [206] решается задача о крутильных колебаниях тонкостенного стержня переменного сечения.

Первой работой по динамической устойчивости стержня, сжатого периодической силой, была работа Н.М. Беляева [13]. Динамическая устойчивость тонкостенных стержней рассматривалась в работах В.К. Челомея [194], И.И. Гольденблата [45–47], в статье В.В. Болотина [16]. С появлением монографии В.В. Болотина [18] динамическая устойчивость упругих систем превратилась в новый раздел строительной механики. Отметим исследования А.Х. Ватульяна [27] и работы зарубежных авторов: S. Ebner [215], K. Schmidt [263]. Экспериментальные исследования проводили В.В. Болотин [16], В.А. Соболев [168], И.А. Бурнашев [23], А.М. Сизов [165].

Для учета быстропротекающих процессов динамические уравнения должны принадлежать к гиперболическому типу, т.е. иметь волновой характер. Волновое уравнение для случая изгибных колебаний балки было получено С.П. Тимошенко [179]. На примере шарнирно опертой балки было показано, что деформации сдвига оказывают влияние на частоты свободных колебаний, растущее с номером частоты.

Начиная со статьи Я.С. Уфлянда [185], вышедшей в 1948 г., стали появляться работы, в которых уравнение С.П. Тимошенко применяется для конкретных задач. Отметим работы М.Ш. Флексера [188, 189], Е.П. Кудрявцева [88], М.В. Хвингия [190], Ш. Маматкулова [98], а также работы зарубежных авторов: J. Miklowitz [247], G.E. Lewis [241], T.G. Huang [232], J.B. Carr [208], W.C. Hurty, M.F. Rubinstein [233], D. Michael [245], A.V. Murty, Krishna [249].

В работах Г.Б. Муравского [140–142], А.И. Цейтлина [192] решается уравнение С.П. Тимошенко для балки на упругом основании. В статье А.С. Яковлева [202] изучаются вынужденные колебания бесконечной балки при учете инерции упругого основания. В статье С.Р. Steele [267] рассмотрена балка Тимошенко при действии подвижной нагрузки. В работе J.C. Samvels, A.C. Eringen [258] рассмотрена реакция балки Тимошенко на случайную нагрузку.

Э.А. Сехниашвили [164] исследовал частоты свободных колебаний в балке Тимошенко с учетом упругости опорных закреплений относительно угловых деформаций. Для стержней переменного сечения уравнение С.П. Тимошенко с учетом сил сопротивления рассмотрено Н.Н. Бабаевым [7].

Импульсивное и ударное нагружение на основе уравнения С.П. Тимошенко рассматривалось в работах: А.С. Вольмира [33–35], В.С. Те-

легиной [175], Ф.Н. Муморцева, Ю.Э. Сеницкого [139], Н.Э. Гониашивили [53], Ф.А. Марьямовой [99], Yu.A. Rossikhin, M.V. Shitikova [255]. Действие эксцентричного продольного удара рассматривается в работе S. Kuo Shan [235].

В работе W. Flügge [223] отмечена необходимость учета деформаций сдвига при рассмотрении поперечного удара по балке.

Колебания реальных стержней затухают с течением времени. Это происходит ввиду наличия диссипативных сил различной природы. Обсуждение различных теорий затухания содержится в монографиях Е.С. Сорокина [170], Я.Г. Пановко [147], Г.С. Писаренко [153], А.П. Филиппова [187]. Теория внутреннего неупругого сопротивления материалов разработана Е.С. Сорокиным [170, 171]. В недавно вышедшем учебнике [5] теория Е.С. Сорокина [170] изложена А.В. Александровым в популярной форме и дано ее сопоставление с гипотезой условного вязкого трения.

Различные задачи колебаний стержней с учетом затухания рассмотрены в работах Г.С. Писаренко [153], Н.Г. Калинина и Ю.А. Лебедева [73], И.А. Колесника [80], а также в статье G. Toniolo [268].

Система динамических волновых уравнений для тонкостенного стержня произвольного несимметричного открытого профиля получена в работах автора¹ [109–114]. На основе этих уравнений в работах [118, 119, 122, 133] рассматриваются различные задачи динамики тонкостенных стержней; для учета затухания вводятся силы внутреннего неупругого сопротивления в соответствии с теорией Е.С. Сорокина [170, 171].

В работах Н.Р. Aggarwal [203] и Н.Р. Aggarwal, Е.Т. Cranch [204] получены волновые уравнения для профилей частного вида: двутавр и швеллер. К сожалению, принятая в этих работах методика вывода уравнений не может быть распространена на общий случай поперечного сечения тонкостенного стержня.

На три года позднее публикаций автора волновые уравнения для тонкостенных стержней открытого профиля опубликованы в работе Л.Н. Воробьева и Л.В. Яицкого [39].

В работе автора с А.О. Шимановским [128], а также в работах А.О. Шимановского [198, 199] на основе уравнений автора были исследованы динамические процессы в системах, составленных из тонкостенных стержней.

¹ В обзоре Э.И. Григолюка и И.Т. Селезова «Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек» [55] имеется ссылка на работы [109–114].

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА

2.1. Исходные положения теории

Как было уже отмечено в обзоре литературы, теория тонкостенных стержней открытого профиля строится на основе некоторых упрощений теории тонких цилиндрических оболочек. В.З. Власов [32] при построении теории опирался на две кинематические гипотезы: отсутствие деформаций контура поперечного сечения и деформаций сдвига в срединной поверхности стержня-оболочки. Теория, предложенная А.Л. Гольденвейзером [48] и развитая в работах автора [109–115], учитывает деформации сдвига.

Оба варианта теории сходятся в главном, а именно в том, что по сравнению со стержнями сплошного поперечного сечения учитывается более заметная способность поперечных сечений тонкостенных стержней деформироваться, т.е. выходить из первоначальной плоскости.

Рассмотрим некоторые исходные соотношения теории тонких цилиндрических оболочек и те действия, благодаря которым получена теория тонкостенных стержней в работах [32, 48]. Одно из геометрических соотношений имеет вид [49]:

$$\gamma = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (2.1)$$

где u – продольная компонента тангенциального перемещения;

v – поперечная компонента тангенциального перемещения;

γ – угол сдвига;

z – продольная координата поперечного сечения;

s – дуговая координата, отсчитываемая от одного из краев оболочки.

Из выражения (2.1) можно получить путем интегрирования перемещение v , если известно перемещение u . При этом будет учтена деформация сдвига. В следующем параграфе будет приведен результат такого действия.

Теперь посмотрим на два первых соотношения упругости из книги А.Л. Гольденвейзера [49]:

$$2Eh\eta(s)\varepsilon_1 = T_1 - \nu T_2; \quad 2Eh\eta(s)\varepsilon_2 = T_2 - \nu T_1, \quad (2.2)$$

где E – модуль упругости;

ν – коэффициент Пуассона;

$2h$ – среднее значение толщины оболочки;

$\eta(s)$ – функция изменения толщины вдоль средней линии профиля;

ε_1 и ε_2 – продольная и поперечная относительные деформации;

T_1 и T_2 – нормальные усилия в поперечном и продольном сечениях оболочки.

Вводя гипотезу жесткого контура, В.З. Власов [32] полагает равной нулю относительную деформацию ε_2 . Отсюда вытекает необходимость использования приведенного модуля упругости:

$$T_1 = 2E_{\text{пр}}h\eta(s)\varepsilon_1,$$

где $E_{\text{пр}} = E/(1 - \nu^2)$.

В книге [32] на стр. 39 В.З. Власов предлагает пренебрегать величиной ν^2 по сравнению с единицей, т.е. пользоваться обычным значением модуля упругости. Такое пренебрежение само по себе непоследовательно.

Вариант теории, построенный в работах А.Л. Гольденвейзера [48] и автора [109], не приводит к понятию приведенного модуля. Как показал качественный анализ [48], нормальные усилия в продольных сечениях существенно меньше нормальных усилий в поперечных сечениях: $T_2 \ll T_1$. Это соответствует известному в элементарной теории сплошных стержней предположению об отсутствии надавливания волокон. Таким образом, построение теории тонкостенных стержней согласуется с теорией стержней сплошного сечения. Получаем для нормальных усилий в поперечных сечениях тонкостенного стержня выражение

$$T_1 = 2Eh\eta(s)\varepsilon_1.$$

В работе А.Л. Гольденвейзера [48] на основании качественного анализа показано, что систему уравнений неразрывности можно принять в упрощенном виде. Эта система сводится к одному уравнению четвертого порядка для относительной продольной деформации:

$$\frac{\partial}{\partial s} \cdot L \cdot \frac{\partial}{\partial s} (\varepsilon_1) = 0, \quad (2.3)$$

где $L = \frac{\partial}{\partial s} R \frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{R}$, а R – радиус кривизны оболочки.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. Очерк развития теории тонкостенных стержней.....	4
1.1. Краткий обзор развития теории тонкостенных стержней.....	4
1.2. Обзор работ по динамике тонкостенных стержней.....	10
2. Основы теории тонкостенных стержней открытого профиля с учетом деформаций сдвига.....	13
2.1. Исходные положения теории.....	13
2.2. Обобщенные перемещения поперечных сечений тонкостенных стержней.....	15
2.3. Геометрические характеристики, учитывающие деформации сдвига.....	17
2.4. Напряжения и обобщенные силы в поперечных сечениях.....	20
3. Динамические уравнения тонкостенных стержней с учетом деформаций сдвига.....	22
3.1. Потенциальная и кинетическая энергия тонкостенного стержня открытого профиля.....	22
3.2. Вывод динамических уравнений тонкостенного стержня.....	23
3.3. Варианты записи динамических уравнений.....	26
3.4. Система динамических уравнений при наличии симметрии.....	29
3.5. Система неоднородных динамических уравнений.....	31
3.6. Представление динамической работы тонкостенного стержня как системы связанных волноводов.....	34
4. Геометрические характеристики поперечных сечений.....	38
4.1. Предварительное обсуждение.....	38
4.2. Методика вычисления геометрических характеристик.....	39
4.3. Геометрические характеристики прокатных профилей.....	44
5. Работа тонкостенных стержней при статических нагрузках.....	49
5.1. Статические уравнения тонкостенного стержня открытого профиля с учетом деформаций сдвига.....	49
5.2. Плоский изгиб при действии сосредоточенных сил.....	50
5.3. Плоский изгиб при действии распределенной нагрузки.....	57
5.4. Стесненное кручение бисимметричного стержня.....	70
5.5. Изгиб с кручением моносимметричного тонкостенного стержня.....	85
5.6. Влияние деформаций сдвига на положение центра кручения и центра изгиба.....	88
6. Динамические характеристики тонкостенных стержней открытого профиля.....	94
6.1. Фазовые и групповые скорости распространения волн.....	94
6.2. Частоты и формы свободных колебаний бисимметричного стержня.....	97
6.3. Частоты и формы свободных колебаний моносимметричного стержня.....	105
7. Свободные и вынужденные колебания тонкостенных стержней.....	109
7.1. Свободные колебания бисимметричного стержня.....	109
7.2. Свободные колебания моносимметричного стержня.....	117
7.3. Вынужденные колебания стержня при действии гармонической нагрузки.....	124

8. Расчет на ударные нагрузки	132
8.1. Историческая справка	132
8.2. Концепция исследования упругого удара по стержню	132
8.3. Продольный удар массивного тела по стержню	137
8.4. Продольный удар по стержню, снабженному наковальной	144
8.5. Анализ характеристических уравнений при изгибе и кручении	147
8.6. Центральный поперечный удар по шарнирно опертому бисимметричному стержню	152
8.7. Эксцентричный поперечный удар по шарнирно опертому стержню	161
8.8. Влияние деформаций сдвига на напряженно-деформированное состояние тонкостенных стержней при ударе	164
9. Статическая и динамическая устойчивость тонкостенных стержней открытого профиля	170
9.1. Историческая справка	170
9.2. Устойчивость центрально сжатого бисимметричного стержня	171
9.3. Потеря устойчивости бисимметричного стержня при продольном центральном ударе	175
9.4. Устойчивость центрально сжатого моносимметричного стержня	182
9.5. Устойчивость плоской формы изгиба	184
9.6. Потеря устойчивости плоской формы изгиба при центральном поперечном ударе	189
9.7. Устойчивость при действии многопараметрических нагрузок	195
9.8. Уравнения динамической устойчивости	205
9.9. Области динамической неустойчивости	208
10. Динамические расчеты осадительных электродов промышленных электрофильтров	215
10.1. Назначение электрофильтра и проблемы его эксплуатации	215
10.2. Обзор исследований динамики механического оборудования промышленных электрофильтров	217
10.3. Краткое содержание нерешенных проблем	221
10.4. Поперечные сечения элементов осадительных электродов и их геометрические характеристики	222
10.5. Описание расчетных схем и моделей	224
10.6. Результаты динамического расчета осадительного электрода при расположении ударного механизма внизу	226
10.7. Результаты динамического расчета осадительного электрода при расположении ударного механизма наверху	233
10.8. Сравнение двух вариантов расположения ударных механизмов	239
Выдающиеся ученые – создатели теории (Л. Прандтль, С.П. Тимошенко, В.З. Власов)	242
Список литературы	244
Предметный указатель	258
Именной указатель	259

Монография

Владимир Борисович Мещеряков

**СТАТИКА, ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ С УЧЕТОМ
ДЕФОРМАЦИЙ СДВИГА**

Редактор: *В. Ш. Мерзлякова*
Компьютерная верстка: *В. Ю. Алексеев*
Компьют. дизайн обложки: *Н. С. Романова*

Диaposитивы предоставлены издательством

Подписано в печать 10.02.2014. Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная.
Усл. 16,5 печ. л. Заказ №

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98.

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, отдел реализации: оф. 511
тел., факс: (499) 183-56-83
http://www.iasv.ru, e-mail: iasv@mgsu.ru