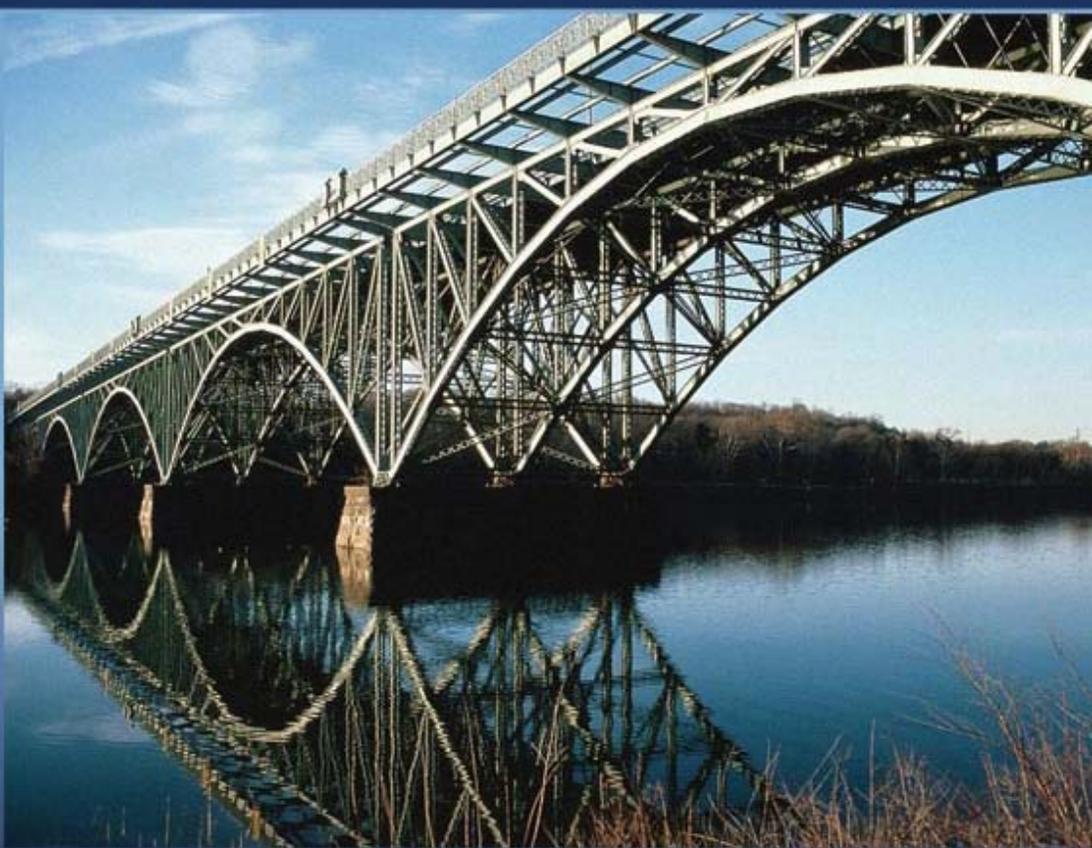


И.Н. Серпик
А.В. Алексейцев

ОПТИМИЗАЦИЯ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ
ПУТЕМ ЭВОЛЮЦИОННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ



И.Н. Серпик, А.В. Алексейцев

**ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ
КОНСТРУКЦИЙ ПУТЕМ
ЭВОЛЮЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**



Издательство АСВ
Москва
2012

УДК 539.3

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Строительные конструкции и материалы» (ФГБОУ «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел), академик РААСН, доктор технических наук, профессор
Колчунов В.И.;

доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции и материалы» (ФГБОУ «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел) *Турков А.В.*;

заведующий кафедрой «Прикладная механика» ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет», доктор технических наук, профессор *Сакало В.И.*

Серпик И.Н., Алексейцев А.В.

Оптимизация металлических конструкций путем эволюционного моделирования: Монография / Под общ. ред. Серпика И.Н. – М.: Издательство АСВ, 2012. – 240 с.

ISBN 978-5-93093-903-3

В монографии разработаны эффективные эволюционные алгоритмы оптимального синтеза металлических строительных систем, позволяющие выполнять поиск на дискретных множествах параметров и структур. Решаются задачи оптимизации деформируемых объектов как в линейно упругой постановке, так и при оценке несущей способности с помощью статической теоремы метода предельного равновесия. Наряду с учетом нагрузок и воздействий на строительные конструкции, представленных в СНиП, принимаются во внимание запроектные воздействия, выражающиеся в разрушении отдельных элементов несущих систем. Рассматриваются вопросы снижения трудоемкости выполнения расчетов на основе разработки новых конечных элементов и использования имитационного моделирования. Работоспособность предлагаемых схем оптимизации применительно к достаточно сложным конструкциям иллюстрируется на примерах решения задач оптимального проектирования каркасов промышленного и гражданского зданий, сетчатого купола и балочной клетки.

ISBN 978-5-93093-903-3

© Издательство АСВ, 2012

© Серпик И.Н., Алексейцев А.В., 2012

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем, которые стоят перед строительной отраслью, является снижение материалоемкости конструкций, что определяет необходимость решения задач оптимального синтеза их несущих систем. Вопросу оптимизации деформируемых объектов посвящено значительное число работ. При этом в качестве целевых функций различными авторами рассматривался минимум массы объекта; минимум стоимости; минимум затрат (минимум затрат при условии выбора наиболее опасного сочетания нагрузок); минимум массы подкрепляющего или армирующего материала; минимум математического ожидания затрат на изготовление конструкции, когда исходные данные о параметрах несущей системы и действующих на нее нагрузках носят вероятностный характер, и т.д. Достаточно широкое распространение получил принцип дискретной равнопрочности, когда критерий оптимальности фактически учитывается в скрытом виде. Решались и различного рода многокритериальные задачи.

Для некоторых относительно несложных объектов оптимизация может выполняться на основе классических аналитических или полуаналитических подходов, например, методами дифференциального исчисления или с помощью вариационных методов. Большое внимание уделялось использованию линейного программирования, динамического программирования, различным схемам нелинейного программирования (методу релаксации, методу наискорейшего спуска Коши, методу Ньютона, методу сопряженных градиентов, методу локальных вариаций, методам аппроксимации, геометрическому программированию и т. д.). Учет ограничений в нелинейном программировании осуществлялся на основе метода штрафов, метода проекции градиента Розена, метода множителей Лагранжа и др.

В современных программных комплексах САПР наибольшее распространение получили методы аппроксимации и градиентов. В методах аппроксимации целевая функция приближенно выражается на каждой итерации через переменные состояния с помощью предварительно полученной информации. После этого программа преобразует оптимизационную задачу с ограничениями в задачу без ограничений и находит экстремум по аппроксимированной целевой функции. При использовании метода градиентов после преобразования

оптимизационной задачи с ограничениями в задачу безусловной оптимизации на каждой итерации вычисляются градиенты целевой функции по переменным проекта (то есть выполняется анализ чувствительности проекта к изменениям параметров состояния). По найденным значениям градиентов даются приращения текущим параметрам состояния. Для этих двух методов ограничения обычно учитываются с использованием штрафных функций.

Методы аппроксимации и градиентов позволяют относительно эффективно находить локальные экстремумы на непрерывных областях параметров системы. В то же время реальный процесс проектирования обычно сопряжен с выбором параметров на ограниченных дискретных множествах профилей стержней, толщин листов и т.д., а также решением важного вопроса по структурному синтезу конструкции. Альтернативой таким подходам к оптимизации являются методы случайного поиска, преимущество которых заключается в возможности получения рациональных решений как на непрерывных, так и на дискретных множествах параметров проектирования. К классическим схемам случайного поиска можно отнести «слепой» поиск, спуск по случайному направлению, поиск в подобластях, поиск с сужением области, поиск с самообучением. Отличительной особенностью этих схем решения экстремальных задач является возможность проведения оптимизации при весьма ограниченном числе варьируемых параметров. Намного более перспективной разновидностью случайного поиска представляется эволюционное моделирование, иначе называемое генетическими алгоритмами.

Генетические алгоритмы базируются на теории естественного отбора видов в живой природе Чарльза Дарвина. Эволюция видов может трактоваться как оптимизация живых организмов. Использование в вычислительных схемах основных механизмов такой оптимизации оказалось весьма плодотворным подходом. В настоящее время эволюционное моделирование достаточно успешно применяется при решении ряда задач оптимизации в кибернетике, экономике, организации производства, инженерной практике и других областях знаний.

Вопросу применения генетических алгоритмов в оптимальном синтезе несущих конструкций также посвящен ряд исследований [11, 21, 23, 32, 89, 93, 94, 97, 98, 102, 103, 108, 109, 112, 114, 115]. Особенностью задач оптимизации деформируемых объектов является наличие системы ограничений, связанных

с необходимостью обеспечения несущей способности конструкций. Ограничения могут приводить к таким условиям поиска, при которых области допустимых параметров могут представлять несколько небольших фрагментов, нахождение которых затруднено даже с помощью эволюционных подходов. В большинстве работ ограничения по прочности, устойчивости, жесткости учитываются в генетических алгоритмах с помощью штрафных функций. Эти функции во многих случаях являются достаточно действенным инструментом в эволюционном моделировании несущих конструкций. В то же время данный подход не является универсальным, так как штрафные функции должны подбираться для каждого типа задач. Кроме того, штрафные функции, трансформируя функцию цели, могут воспрепятствовать нахождению глобальных экстремумов.

В настоящей монографии для оптимального проектирования металлических несущих систем разрабатываются генетические алгоритмы, позволяющие в значительной мере избежать недостатков штрафных функций и обеспечить высокую сходимость итерационного процесса. При этом используются схемы жесткого отсеивания неработоспособных вариантов конструкции, базы данных улучшенных (элитных) проектов, комбинации жесткого отсеивания со штрафными функциями, группы параллельно функционирующих популяций. Для снижения трудоемкости вычислений в генетические алгоритмы вводятся элементы имитационного моделирования, которое позволяет в процессе оптимизации учитывать информацию о работоспособности вариантов конструкции, полученную на предыдущих этапах итерационного процесса.

Расчеты напряженно-деформированного состояния несущих систем выполняются с помощью метода конечных элементов (МКЭ) [12, 18, 22, 84, 95, 96, 101, 113, 117] в рамках минимизации функционала Лагранжа. Достаточно проработанный в литературе вопрос построения матриц жесткости для стержневых конечных элементов в монографии не рассматривается. В то же время большое внимание уделено разработке эффективных конечных элементов для расчета тонких пластин и оболочек, плит Тимошенко. На основе модификации подхода к кусочному тестированию удалось получить эффективные треугольные конечных элементы для анализа деформаций объектов такого типа. Введение простых, но достаточно точных конечных элементов дает возможность

применять относительно грубые дискретизации деформируемых систем, что существенно снижает трудоемкость решения задач оптимизации.

Рассматриваются вопросы оптимального синтеза металлических конструкций как при решении задач строительной механики в линейно-упругой постановке, так и на основе метода предельного равновесия. Разработана генетическая схема для расчета и оптимизации стержневых конструкций в рамках этого метода с учетом возможности образования пластических шарниров.

В последнее время в строительной науке большое внимание уделяется проблеме проектирования конструкций с учетом возможности локальных разрушений отдельных несущих элементов вследствие воздействий, не предусмотренных нормальной эксплуатацией объектов [13, 25-28, 82, 83, 87]. Поэтому в монографии, наряду с оптимальным синтезом деформируемых систем, рассчитываемых в рамках требований СНиП, рассматривается вопрос оптимизации конструкций с учетом возможности их внезапных структурных перестроек.

Приводятся результаты решения большого числа задач, подтверждающие работоспособность предлагаемых алгоритмов расчета и оптимального проектирования металлических конструкций.

При изложении главы 1 мы основывались на работах [40, 42, 44, 62-64, 67, 70, 111], глав 2-7 – работах [4-10, 38, 39, 41, 43, 45-61, 65, 66, 68, 69, 71, 72, 74-77].

Глава 1

КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК

При минимизации функционала Лагранжа сходимость МКЭ обеспечивается даже в случае нарушения требуемых в методе Ритца условий совместности перемещений на границах между конечными элементами, если используемые аппроксимации удовлетворяют требованиям кусочного тестирования по Айронсу [117]. Подход Айронса предусматривает выполнение классических условий жесткого смещения и постоянства деформаций для отдельного конечного элемента, необходимых для сходимости МКЭ, но смягчает требования по согласованности системы конечных элементов. В соответствии с этим тестированием, если с помощью системы конечных элементов удастся воспроизвести условие постоянных деформаций, то МКЭ будет сходиться к точному решению по мере сгущения сетки.

Данная идея позволила доказать сходимость ряда конечных элементов для расчета на изгиб пластин, обосновать возможность применения некоторых конечных элементов для расчета оболочек. Однако построение корректных конечных элементов для анализа деформаций конструкций в ряде случаев остается достаточно сложной задачей. В частности, для оболочек Кирхгоффа возникают проблемы с использованием треугольных плоских конечных элементов, в которых изгибные и мембранные деформации независимо аппроксимируются по площади треугольника. Построенные по такой схеме конечные элементы не обеспечивают сходимости в известном тестовом примере для тонкого гиперболического параболоида отрицательной гауссовой кривизны, в котором преобладают изгибные деформации [99]. В то же время именно элементы данного типа являются наиболее универсальными с точки зрения описания форм объектов сложной геометрии и относительно просто встраиваются в процедуры автоматизированных расчетов несущих систем.

В настоящей работе решается проблема построения эффективного треугольного плоского конечного элемента для расчета пластин и оболочек Кирхгоффа, а также плит Тимошенко на основе изменения подхода к МКЭ в рамках использования функционала Лагранжа. В отличие от традиционной схемы

формирования конечных элементов, рассматриваемая методика предусматривает обязательное удовлетворение условий сплошности во всех точках элемента только для постоянных деформаций. При этом не выдвигается требование явного описания функций перемещений на всем конечном элементе, что не противоречит известной интерпретации МКЭ как одной из возможных форм вариационно-разностного метода. Аппроксимация перемещений выполняется по отдельным прямолинейным отрезкам, которые могут располагаться на границе и внутри области элемента. Тем не менее, сохраняется требование к удовлетворению условия кусочного тестирования по воспроизведению постоянных деформаций. Данную процедуру мы называем предельной схемой МКЭ, так как построения классического МКЭ здесь в общем случае выполняются только для бесконечно малых элементов.

1.1 Тонкостенные конструкции

1.1.1 Описание изгибных деформаций пластин

Для моделирования изгиба тонких пластин построим на основе концепции предельной схемы МКЭ треугольный трехузловой конечный элемент (рисунок 1.1), который имеет узлы в угловых точках 1, 2, 3. В каждом узле элемента учитываем три степени свободы: прогиб и углы поворота относительно осей Ox_1 и Ox_2 декартовой системы координат $Ox_1x_2x_3$. Введем вспомогательные точки 4, 5, 6 в центрах сторон треугольника, рассматривая их как точки интегрирования. Необходимо выразить обобщенные деформации χ_1, χ_2, χ_3 обшивки ($\chi_1 = -\partial^2\delta_{x_3}/\partial x_1^2$, $\chi_2 = -\partial^2\delta_{x_3}/\partial x_2^2$, $\chi_{12} = -2\partial^2\delta_{x_3}/\partial x_1\partial x_2$) [117] в этих точках через обобщенные узловые перемещения узлов конечного элемента, где δ_{x_3} – проекция вектора прогиба на ось Ox_3 .

Остановимся на рассмотрении точки 4. Зададим аппроксимацию обобщенных перемещений на отрезке 1-2, считая, что прогиб на этом отрезке изменяется по кубическому закону, а угол поворота относительно оси \tilde{Oy}_1 – по линейному закону. На основании этого описания аппроксимируем прогиб на отрезке 3-4 с помощью полинома третьей степени. Такой подход позволяет обеспечить равенство прогиба и углов поворота в точке 4 для стыкующихся

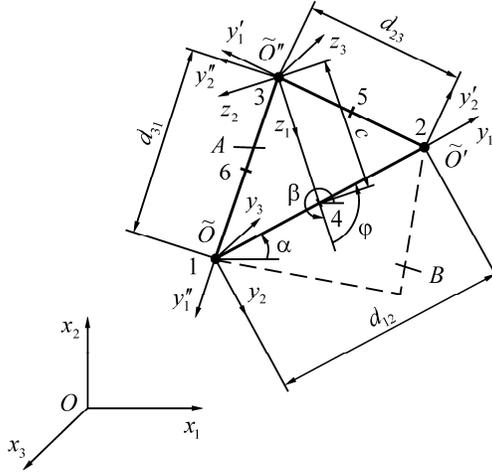


Рисунок 1.1 – Треугольный конечный элемент A , стыкующийся с конечным элементом B

конечных элементов A и B (см. рисунок 1.1). Путем аппроксимаций на отрезке 1-2 значения вторых производных $\partial^2 \delta_{y_3} / \partial y_1^2$, $\partial^2 \delta_{y_3} / \partial y_1 \partial y_2$ в этой точке выражаются через обобщенные узловые перемещения в узлах 1 и 2, где δ_{y_3} – проекция вектора перемещений на ось $\tilde{O}y_3$. С помощью аппроксимаций на отрезке 3-4 значение функции $\partial^2 \delta_{y_3} / \partial z_1^2$ в точке 4 выражается через обобщенные перемещения узлов 1, 2, 3. Далее осуществляется переход к обобщенным деформациям χ_1 , χ_2 и χ_3 в системе координат $Ox_1x_2x_3$.

Тогда можно записать

$$\delta_{y_3}^{(12)} = \left(1 - \frac{3y_1^2}{d_{12}^2} + \frac{2y_1^3}{d_{12}^3}\right) \delta_{y_3}^{(1)} - y_1 \left(1 - \frac{y_1}{d_{12}}\right) \theta_{y_2}^{(1)} + \frac{y_1^2}{d_{12}^2} \left(3 - \frac{2y_1}{d_{12}}\right) \delta_{y_3}^{(2)} + y_1 \left(1 - \frac{y_1}{d_{12}}\right) \frac{y_1}{d_{12}} \theta_{y_2}^{(2)}; \quad (1.1)$$

$$\delta_{z_3}^{(34)} = \left(1 - \frac{3z_1^2}{c^2} + \frac{2z_1^3}{c^3}\right) \delta_{z_3}^{(3)} - z_1 \left(1 - \frac{z_1}{c}\right) \theta_{z_2}^{(3)} + \frac{z_1^2}{c^2} \left(3 - \frac{2z_1}{c}\right) \delta_{z_3}^{(4)} + z_1 \left(1 - \frac{z_1}{c}\right) \frac{z_1}{c} \theta_{z_2}^{(4)}; \quad (1.2)$$

$$\theta_{y_1}^{(12)} = \left(1 - \frac{y_1}{d_{12}}\right) \theta_{y_1}^{(1)} + \frac{y_1}{d_{12}} \theta_{y_1}^{(2)}, \quad (1.3)$$

где $\delta_{y_3}^{(12)}$, $\theta_{y_1}^{(12)}$ – функции δ_{y_3} , $\theta_{y_1} = \partial \delta_{y_3} / \partial y_2$ на отрезке 1-2; $\delta_{z_3}^{(34)}$ – проекция

δ_{z_3} на ось $\tilde{O}^n z_3$ вектора перемещения на отрезке 3-4; $\delta_{y_3}^{(i)}$, $\delta_{z_3}^{(i)}$, $\theta_{y_1}^{(i)}$, $\theta_{y_2}^{(i)}$, $\theta_{z_2}^{(i)}$ – значения функций δ_{y_3} , δ_{z_3} , θ_{y_1} , $\theta_{y_2} = -\partial\delta_{y_3}/\partial y_1$, $\theta_{z_2} = -\partial\delta_{z_3}/\partial z_1$ в точке i ; d_{12} – длина отрезка 1-2; c – длина отрезка 3-4.

В равенствах (1.1) и (1.2) используются обычные функции формы, описывающие изгиб стержней, в выражении (1.3) – чистое кручение стержней. Из уравнений (1.1) и (1.3) можно получить следующие зависимости для точки 4:

$$\delta_{y_3}^{(4)} = \frac{1}{2}\delta_{y_3}^{(1)} - \frac{d_{12}}{8}\theta_{y_2}^{(1)} + \frac{1}{2}\delta_{y_3}^{(2)} + \frac{d_{12}}{8}\theta_{y_2}^{(2)}; \quad (1.4)$$

$$\theta_{y_1}^{(4)} = \frac{\theta_{y_1}^{(1)} + \theta_{y_1}^{(2)}}{2}; \quad (1.5)$$

$$\theta_{y_2}^{(4)} = \frac{3}{2d_{12}}\delta_{y_3}^{(1)} - \frac{1}{4}\theta_{y_2}^{(1)} - \frac{3}{2d_{12}}\delta_{y_3}^{(2)} - \frac{1}{4}\theta_{y_2}^{(2)}; \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial^2\delta_{y_3}^{(4)}}{\partial y_1^2} = \frac{\theta_{y_2}^{(1)} - \theta_{y_2}^{(2)}}{d_{12}}; \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial^2\delta_{y_3}^{(4)}}{\partial y_1\partial y_2} = \frac{-\theta_{y_1}^{(1)} + \theta_{y_1}^{(2)}}{d_{12}}. \quad (1.8)$$

Принимая во внимание зависимости (1.2) и учитывая, что $\delta_{y_3} = \delta_{z_3}$, запишем для этой точки равенство

$$\frac{\partial^2\delta_{y_3}^{(4)}}{\partial z_1^2} = \frac{6}{c^2}\delta_{y_3}^{(3)} - \frac{2}{c}\theta_{z_2}^{(3)} - \frac{6}{c^2}\delta_{y_3}^{(4)} - \frac{4}{c}\theta_{z_2}^{(4)}. \quad (1.9)$$

Выразим угол поворота $\theta_{z_2}^{(i)}$ через углы $\theta_{y_1}^{(i)}$, $\theta_{y_2}^{(i)}$ ($i = 3, 4$):

$$\theta_{z_2}^{(i)} = -\theta_{y_1}^{(i)} \sin \varphi + \theta_{y_2}^{(i)} \cos \varphi, \quad (1.10)$$

где φ – угол между направлениями осей $\tilde{O}^n z_1$ и $\tilde{O}^n y_1$.

Из уравнений (1.5), (1.6), (1.10) будем иметь

$$\theta_{z_2}^{(4)} = -\left(\frac{\theta_{y_1}^{(1)} + \theta_{y_1}^{(2)}}{2}\right) \sin \varphi + \left(\frac{3}{2d_{12}}\delta_{y_3}^{(1)} - \frac{1}{4}\theta_{y_2}^{(1)} - \frac{3}{2d_{12}}\delta_{y_3}^{(2)} - \frac{1}{4}\theta_{y_2}^{(2)}\right) \cos \varphi. \quad (1.11)$$

На основании методов дифференциальной геометрии нетрудно получить зависимость

$$\underline{Q}_\Lambda = \Lambda \underline{Q}, \quad (1.12)$$

где векторы \underline{Q}_Λ , \underline{Q} определяются равенствами

$$\mathbf{Q}_\Lambda = \left\{ \begin{array}{l} \partial^2 \delta_{y_3} / \partial y_1^2 \\ \partial^2 \delta_{y_3} / \partial y_1 \partial y_2 \\ \partial^2 \delta_{y_3} / \partial z_1^2 \end{array} \right\}; \quad \mathbf{Q} = \left\{ \begin{array}{l} \partial^2 \delta_{x_3} / \partial x_1^2 \\ \partial^2 \delta_{x_3} / \partial x_2^2 \\ \partial^2 \delta_{x_3} / \partial x_1 \partial x_2 \end{array} \right\}; \quad (1.13)$$

матрица

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\cos^2 \alpha & -\sin^2 \alpha & -\sin 2\alpha \\ -0,5 \sin 2\alpha & 0,5 \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \\ -\cos^2 \beta & -\sin^2 \beta & -\sin 2\beta \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Вектор $\boldsymbol{\chi}^{(4)}$, объединяющий значения деформаций χ_1 , χ_2 и χ_{12} в точке 4, может быть получен на основании уравнений (1.12) и (1.13) таким образом:

$$\boldsymbol{\chi}^{(4)} = W \Lambda^{-1} \mathbf{Q}_\Lambda^{(4)}, \quad (1.15)$$

где матрица

$$W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; \quad (1.16)$$

$\mathbf{Q}_\Lambda^{(4)}$ – вектор \mathbf{Q}_Λ для точки 4.

Мы можем выразить вектор $\mathbf{Q}_\Lambda^{(4)}$ через вектор $\boldsymbol{\delta}_{by}$ обобщенных узловых перемещений конечного элемента для системы координат $\tilde{O}y_1 y_2 y_3$. Вектор $\boldsymbol{\delta}_{by}$ можно представить в виде

$$\boldsymbol{\delta}_{by} = \left\{ \delta_{y_3}^{(1)} \quad \theta_{y_1}^{(1)} \quad \theta_{y_2}^{(1)} \quad \delta_{y_3}^{(2)} \quad \theta_{y_1}^{(2)} \quad \theta_{y_2}^{(2)} \quad \delta_{y_3}^{(3)} \quad \theta_{y_1}^{(3)} \quad \theta_{y_2}^{(3)} \right\}^T. \quad (1.17)$$

Учитывая соотношения (1.4), (1.7)-(1.11), (1.13), (1.17), будем иметь

$$\mathbf{Q}_\Lambda^{(4)} = G \boldsymbol{\delta}_{by}, \quad (1.18)$$

где матрица

$$G = [G_1 \quad G_2 \quad G_3]. \quad (1.19)$$

Здесь

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{d_{12}} \\ 0 & -\frac{1}{d_{12}} & 0 \\ -\frac{3}{c^2} - \frac{6 \cos \varphi}{c d_{12}} & \frac{2 \sin \varphi}{c} & \frac{3 d_{12}}{4 c^2} + \frac{\cos \varphi}{c} \end{bmatrix}; \quad (1.20)$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{d_{12}} \\ 0 & \frac{1}{d_{12}} & 0 \\ -\frac{3}{c^2} + \frac{6 \cos \varphi}{cd_{12}} & \frac{2 \sin \varphi}{c} & -\frac{3d_{12}}{4c^2} + \frac{\cos \varphi}{c} \end{bmatrix}; \quad (1.21)$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{c^2} & \frac{2 \sin \varphi}{c} & -\frac{2 \cos \varphi}{c} \end{bmatrix}. \quad (1.22)$$

В результате мы можем получить матрицу деформаций $B_b^{(4)}$ для точки 4, выражающую вектор $\chi^{(4)}$ через вектор δ_{bx} обобщенных узловых перемещений в системе координат $Ox_1x_2x_3$:

$$\chi^{(4)} = B_b^{(4)} \delta_{bx}. \quad (1.23)$$

Используя уравнения (1.15), (1.18), (1.23), получим равенство

$$B_b^{(4)} = W\Lambda^{-1}GT, \quad (1.24)$$

где T – матрица, выражающая вектор δ_{by} через вектор δ_{bx} :

$$\delta_{by} = T\delta_{bx}. \quad (1.25)$$

Запишем [117]

$$T = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad (1.26)$$

где в данном случае матрица

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (1.27)$$

Матрицы изгибных деформаций $B_b^{(5)}$, $B_b^{(6)}$ для точек 5, 6 могут быть получены аналогично.

Следует отметить, что на стадии вычисления напряжений по найденным узловым перемещениям целесообразно представлять функцию прогиба для всего элемента с помощью неполного полинома третьей степени.

Применяя второй порядок квадратуры Гаусса, приходим к следующей зависимости для приближенного вычисления матрицы жесткости конечного элемента:

$$K_b = \frac{1}{3} F \sum_{i=4}^6 (B_b^{(i)})^T D_b B_b^{(i)}, \quad (1.28)$$

где F – площадь треугольника; D_b – матрица упругости изгибных деформаций, которая для изотропного материала определяется зависимостью

$$D_b = \tilde{D} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}; \quad (1.29)$$

$\tilde{D} = Eh^3/(12(1-\nu^2))$; E , ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала; h – толщина пластины.

Внешняя нагрузка, распределенная по площади конечного элемента, может быть приведена к статически эквивалентным ей узловым силам путем численного интегрирования с использованием аналогичной схемы интегрирования по Гауссу. Для равномерно распределенной нагрузки q , перпендикулярной площади пластины, будем иметь

$$\mathbf{R} = \frac{1}{3} F \sum_{i=4}^6 (N^{(i)})^T q^{(i)}, \quad (1.30)$$

где \mathbf{R} – вектор приведенных узловых сил; $N_x^{(i)}$ – матрица формы для системы координат $Ox_1x_2x_3$ и точки i ; $q^{(i)}$ – значение функции q в точке i .

Для точки 4 матрицу формы $N_y^{(4)}$ в системе координат $\tilde{O}y_1y_2y_3$ в соответствии с выражением (1.4) запишем в виде

$$N_y^{(4)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{d_{12}}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{d_{12}}{8} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.31)$$

Тогда на основании выражения (1.25) получим зависимость

$$N_x^{(4)} = N_y^{(4)} T. \quad (1.32)$$

Матрицы формы для точек 5 и 6 могут быть получены аналогичным путем.

Применяемые нами схемы аппроксимации перемещений вдоль рассмат-

риваемых отрезков соответствуют функциям, которые описывают деформации некоторых условных стержней при изгибе и чистом кручении в случае задания обобщенных перемещений по конечным точкам. Как известно, для этих функций выполняются условия жесткого смещения и постоянства деформаций. При постоянных деформациях в пластине вторые производные от прогиба для всех точек рассматриваемых отрезков будут выражаться в ней и в условных стержнях с помощью одних и тех же зависимостей. Поэтому деформации, вычисленные в точках интегрирования, в предельном случае соответствуют постоянной кривизне пластины, откуда следует выполнение условия постоянства деформаций. Выполнение критерия жесткого смещения автоматически реализуется при возможности получения постоянных деформаций как частный случай нулевой кривизны.

На границе между любыми двумя стыкующимися конечными элементами A и B (см. рисунок 1.1) прогиб и углы поворота полностью определяются при постоянных деформациях обобщенными перемещениями узлов 1 и 2, принадлежащих обоим этим элементам. То есть дискретизация является конформной, и имеется возможность описания постоянной кривизны для группы конечных элементов, что говорит о выполнении требований кусочного тестирования.

1.1.2 Моделирование работы оболочек

Построим треугольный плоский конечный элемент для расчета тонких оболочек, сохранив рассмотренную в п. 1.1.1 процедуру описания изгибных деформаций. Мембранные перемещения будем аппроксимировать с помощью схемы Аллмана [117], которая предусматривает использование фиктивных углов поворота в плоскости элемента для увеличения порядка аппроксимирующих полиномов.

Будем вводить степени свободы для фиктивных углов поворота независимо от степеней свободы, связанных с изгибными деформациями. Такой подход позволяет обеспечить эффективность конечных элементов как в случае преобладания мембранных, так и изгибных деформаций. В результате в каждом узле вводится 9 обобщенных перемещений, показанных на рисунке 1.2,

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК	7
1.1 Тонкостенные конструкции	8
1.1.1 Описание изгибных деформаций пластин	8
1.1.2 Моделирование работы оболочек	14
1.1.3 Примеры решения задач	26
1.2 Конечно-элементный анализ плит Тимошенко	42
ГЛАВА 2 СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ	54
2.1 Основные положения эволюционного моделирования	54
2.2 Постановка задачи оптимизации. Формирование генетической итерационной процедуры	64
2.3 Исследование эффективности алгоритма оптимизации	72
2.4 Анализ сходимости итерационного процесса	85
ГЛАВА 3 ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГЕНЕТИЧЕСКОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЕ ...	94
3.1 Построение имитационных моделей	94
3.2 Анализ точности результатов имитационного моделирования	97
3.3 Влияние управляющего параметра имитационной модели на трудоемкость вычислительных схем при оптимизации конструкций	104
ГЛАВА 4 КОМБИНИРОВАННЫЕ ЭВОЛЮЦИОННЫЕ СТРАТЕГИИ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИЙ	107
4.1 Построение высокопроизводительного алгоритма оптимизации стержневых систем на основе комбинированной схемы учета ограничений	107
4.1.1 Постановка задачи	107
4.1.2 Генетический алгоритм	108
4.1.3 Примеры решения задач	110
4.2 Алгоритм слабовзаимодействующих популяций	117
4.2.1 Постановка задачи	117
4.2.2 Процедура решения задачи	118
4.2.3 Примеры оптимизации ферм	123

4.3	Структурно-параметрический синтез плоских ферм с использованием триангуляции Делоне	127
4.3.1	Постановка задачи	127
4.3.2	Вычислительная схема оптимизации	128
4.3.3	Пример решения задачи оптимизации	132
ГЛАВА 5	МЕТОДИКА ЭВОЛЮЦИОННОГО СИНТЕЗА СТАТИЧЕСКИ НАГРУЖЕННЫХ БАЛОК И РАМ ПРИ ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ	134
5.1	Формулировка экстремальных задач для плоских систем.....	134
5.1.1	Нахождение предельной нагрузки.....	134
5.1.2	Регулирование расположения постоянных сил.....	137
5.1.3	Оптимальный синтез конструкций.....	138
5.2	Примеры выполнения расчетов для плоских рам	138
5.2.1	Задачи с известными решениями.....	139
5.2.2	Примеры решения задач для двухконтурных рам	145
5.2.3	Экстремальные задачи для трехпролетной рамы.....	149
5.3	Расчет методом предельного равновесия пространственных рам	152
ГЛАВА 6	ОПТИМИЗАЦИЯ БАЛОК И РАМ С УЧЕТОМ ЗАПРОЕКТНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ	158
6.1	Основные положения современных требований к учету запроектных воздействий на здания и сооружения	158
6.2	Развитие приближенных подходов к оценке воздействий на несущие конструкции при внезапных изменениях их структуры в линейной постановке	163
6.3	Исследование динамики стержневых конструкций при внезапных структурных перестройках с учетом физической нелинейной работы материала.....	173
6.3.1	Учет физической нелинейной работы материала в динамических и квазистатических расчетах.....	173
6.3.2	Динамический анализ стержневых систем в приближении с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейностей	180
6.4	Алгоритм оптимального синтеза балочных и рамных конструкций с учетом возможности внезапных структурных перестроек	189
6.4.1	Методика решения задачи	189
6.4.2	Оптимизация четырехпролетной балки	191

ГЛАВА 7 ПРИМЕРЫ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ	194
7.1 Структурно-параметрический синтез металлических несущих систем в соответствии с требованиями норм	194
7.1.1 Каркас промышленного здания	194
7.1.2 Сетчатый купол	199
7.1.3 Балочная клетка	203
7.2 Оптимизация металлического каркаса гражданского здания с учетом запроектных воздействий	206
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	222
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	233

Научное издание

Игорь Нафтольевич Серпик

Анатолий Викторович Алексейцев

ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПУТЕМ ЭВОЛЮЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Компьютерный набор, верстка: И.Н. Серпик, А.В. Алексейцев,
Ф.Н. Левкович, А.А. Лелетко
Дизайн обложки: Н.С. Романова

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98.
Подписано к печати 14.08.12. Формат
Бумага офс. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная.

Усл. 15 печ. л. Заказ № Тираж 500 экз.

ООО «Издательство АСВ» 129337, Москва,
Ярославское шоссе, 26, отдел реализации – оф. 511. тел., факс: (499)183-56-83,
e-mail: iasv@mgsu.ru, <http://www.mgsu.ru/>