

Л.В. Кроткова  
В.Г. Архипов

А.И. Филиппович  
Е.В. Луцык

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ

**Л.В. Кроткова А.И. Филипович**

**В.Г. Архипов Е.В. Луцкык**

# **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ**

Допущено Ассоциацией строительных высших учебных заведений  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по строительным специальностям



Издательство Ассоциации строительных вузов  
Москва  
2011

ББК 38.112  
К12  
УДК 624.04 (075.8)

Рецензенты:

Профессор кафедры «Строительные конструкции» Уфимского  
государственного нефтяного технического университета,  
доктор технических наук *В.В. Бабков*  
ГУП «БашНИИСтрой», зам. директора по научной работе  
доктор технических наук, профессор *А.Л. Готман*

**Кроткова Л.В., Филипович А. И., Архипов В. Г., Луцык Е. В.**

Сборник задач по строительной механике. Учебное пособие.  
- М.: Издательство АСВ, 2011. – 224 с.

ISBN 978-5-93093-606-3

Сборник задач составлен для студентов строительных специальностей в качестве основного практического материала. Приведены типовые задачи по основным разделам курса строительной механики, включая тонкостенные пространственные системы типа оболочек. На каждую тему разработан пакет задач с учетом группы в 25-30 чел.  
Ил. 120. Табл. 33. Библиогр. 7 назв.

ISBN 978-5-93093-606-3

© Издательство АСВ, 2011

© Кроткова Л.В., Филипович А.И.,  
Архипов В.Г., Луцык Е.В., 2011

Учебное пособие

**Кроткова** Луиза Владимировна  
**Филипович** Алевтина Ивановна  
**Архипов** Вячеслав Георгиевич  
**Луцык** Екатерина Валерьевна

## **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ**

Редактор: Н.И. Морозова  
Дизайн обложки: *Н.С. Романова*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98. Подписано к печати 24.02.2012.

Формат 60×90/16. Бумага офс. Гарнитура таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 14. Тираж 500 экз. Заказ №

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ), 129337, Москва, Ярославское шоссе,  
26, оф. 511. тел/факс: (499) 183-5683 e-mail: [iasv@mgsu.ru](mailto:iasv@mgsu.ru); Internet: <http://www.iasv.ru>

## ВВЕДЕНИЕ

Строительная механика является одной из базовых дисциплин для студентов строительных специальностей. Задача строительной механики - вооружить будущего инженера знаниями, необходимыми для проектирования сооружений.

Умение решать задачи строительной механики - это умение проектировать сооружения с высокой степенью надежности и экономичности.

В данной работе собраны типовые задачи по основным разделам курса строительной механики, затрагивающим вопросы прочности, устойчивости, динамики сооружений, а также расчета оболочек.

Особое внимание обращается на методологические вопросы - последовательность и методику расчетных этапов, систематизацию записей, сведение расчетных данных в удобные таблицы, контроль операций.

Одна из целей сборника задач - развитие навыков самостоятельного приложения теории к решению конкретных задач.

Сборник задач предусматривает выполнение студентом на практических занятиях индивидуальных задач под контролем преподавателя. Уровень самостоятельности их решения имеет первостепенное значение для усвоения материала и приобретения навыков расчета сооружений с использованием рациональных методов строительной механики.

# ГЛАВА 1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СООРУЖЕНИЙ

## Тема 1. АНАЛИЗ ПЛОСКИХ СИСТЕМ

**Задача 1.1.** Для систем 1-30 провести кинематический анализ.

Необходимо вспомнить, что кинематический анализ сооружений состоит из двух этапов: определение степени свободы сооружения и анализ геометрической структуры, т.е. необходимо установить, является ли заданная система геометрически изменяемой или геометрически неизменяемой.


**I этап** - определение степени свободы по следующим зависимостям:


а) для любой системы


$$W = 3D - 3П - 2Ш - C_0,$$





где  $3D$  - степень свободы всей системы, состоящей из некоторого числа дисков  $-D$ ;

$(3П + 2Ш + C_0)$  - связи, наложенные на заданную систему, состоящие из припаяк ( $П$ ), простых шарниров ( $Ш$ ) и одиночных связей ( $C_0$ ). Число припаяк и число простых шарниров определяется в зависимости от количества дисков, сходящихся в узлах.

Для жесткого узла  сходятся, например, четыре диска число  $П = D - 1 = 3, Ш = 0$ .

Для шарнирного узла  число  $П = 0$ , а число простых шарниров  $Ш = D - 1 = 3$ .

Для комбинированного узла  число припаяк равно 1, число простых шарниров 2. Припайка объединяет два диска, а шарнир - три диска.

Число одиночных стержней определяется в зависимости от опорных соединений. Для жесткого защемления   $C_0 = 3$ , для подвижного защемления - "ползун"   $C_0 = 2$ , для шарнирно-подвижной опоры   $C_0 = 1$ , для шарнирно-неподвижной   $C_0 = 2$ ;

б) для шарнирно-стержневой системы типа фермы степень свободы определяется по формуле

$$W = 2Y_φ - C_φ - C_0,$$

где  $U_{\phi}$  - число узлов фермы;  $C_{\phi}$  - число стержней фермы;  $C_0$  - число опорных стержней.

Если получаем  $W > 0$ , - система геометрически изменяема;  $W < 0$ , - система имеет лишние связи и обычно геометрически неизменяема. При  $W = 0$  - система имеет достаточное число связей и статически определима, однако необходимо установить правильность расположения связей.

**Этап** заключается в анализе геометрической структуры, т.е. необходимо рассмотреть, как образована заданная система, а именно правильность расположения связей. Поэтому нужно знать основные принципы образования геометрически неизменяемых систем.

Напомним их:

1) три диска соединяются тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой;

2) два диска соединяются шарниром и стержнем, ось которого не проходит через этот шарнир;

3) два диска соединяются тремя стержнями, оси которых не пересекаются в одной точке и не являются параллельными;

4) к диску присоединяется новый узел с помощью двух стержней (диады), не лежащих на одной прямой.

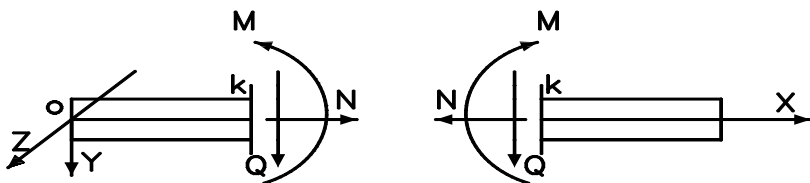
Если сделанные оговорки нарушены, то система приобретает свойства мгновенной изменяемости.

После проработки данной темы и решения задач студент должен суметь ответить на следующие вопросы.

1. Какие системы называются геометрически неизменяемыми?
2. Каков порядок кинематического анализа систем?
3. Как классифицируются системы по степени свободы?
4. Какие основные способы образования геометрически неизменяемых систем существуют?
5. Какие связи накладываются на систему и их характеристики?

**ГЛАВА 2. СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ**  
**Тема 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ**  
**В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМАХ (СОС)**

Сформулируем определения внутренних усилий и правила знаков для них.



**Изгибающий момент  $M$**  в сечении  $k$  представляет собой алгебраическую сумму моментов всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой части балки относительно оси  $OZ$ . Момент считается положительным, если он вызывает растяжение нижних волокон рассматриваемой отсеченной части. Эпюра  $M$  строится со стороны растянутого волокна и знак на ней не ставится.

**Поперечная сила  $Q$**  в сечении  $k$  представляет собой алгебраическую сумму проекций всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой части балки на ось  $OY$ .

Поперечная сила считается положительной, если она вызывает вращение рассматриваемой отсеченной части по часовой стрелке. Знак на эпюре  $Q$  ставится. Между значениями внутренних усилий  $M$  и  $Q$  существует строгая дифференциальная зависимость Журавского  $Q = \frac{dM}{dx}$ , т.е. поперечная сила  $Q$  равна первой производной от изгибающего момента  $M$  или тангенсу угла наклона касательной к эпюре моментов в данном сечении. Знак поперечной силы определяется по эпюре моментов. Поперечная сила положительна, если ось стержня необходимо повернуть по часовой стрелке до совмещения с эпюрой  $M$ .

**Продольная сила N** в сечении **k** представляет собой алгебраическую сумму проекций всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой части балки на ось **OX**, считается положительной, если она вызывает растяжение рассматриваемой отсеченной части, знак на эпюре **N** ставится.

Запишем последовательность определения и построения эпюр внутренних усилий **M**, **Q** и **N** в статически определимых системах:

1) проводим кинематический анализ сооружения и убеждаемся, что **W = 0** и система геометрически неизменяема;

2) определяем опорные реакции из уравнений статики, причем уравнения статики необходимо составлять таким образом, чтобы в каждое из них вошла только одна неизвестная реакция. Для этого удобнее всего использовать способ моментной точки, т.е. это точка пересечения других опорных реакций, кроме определяемой;

3) строим эпюру изгибающих моментов с использованием табличных балочных эпюр, условия равновесия узлов и учетом закономерностей, характерных для эпюр изгибающих моментов;

4) по полученной эпюре **M** строим эпюру поперечных сил **Q**, используя дифференциальную зависимость Журавского

$$Q = \frac{dM}{dx} = Q^0 + \frac{dM^{оп}}{dx} = Q^0 + \frac{M^{ПП} - M^{ЛЭВ}}{l}$$

где **Q<sup>0</sup>** - балочная эпюра поперечных сил на рассматриваемом участке пролетом **l**;

$\frac{dM^{оп}}{dx}$  - тангенс угла наклона касательной к эпюре опорных моментов

на рассматриваемом участке (пролетом **l**) или можно записать  $\frac{M^{ПП} - M^{ЛЭВ}}{l}$  ;

5) на основе эпюры **Q** строится эпюра продольных сил. При рассмотрении равновесия узлов необходимо, кроме прикладываемых сил **Q** и **N** учитывать узловую внешнюю нагрузку;

6) проводится статическая проверка правильности построения эпюр.



## 2.1. Простые балки

**Задача 2.1.1.** Для схем 1-32 построить эпюры внутренних усилий **M** и **Q** от заданных воздействий. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

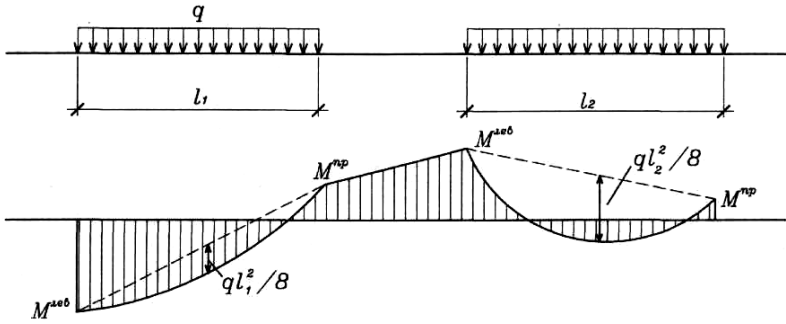
Таблица 2.1

| Номер варианта | Внешняя нагрузка |               |                 |                 |                 |                 | Геометрические размеры |           |           |
|----------------|------------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|-----------|-----------|
|                | $P_1$ ,<br>кН    | $P_2$ ,<br>кН | $q_1$ ,<br>кН/м | $q_2$ ,<br>кН/м | $m_1$ ,<br>кН·м | $m_2$ ,<br>кН·м | $\alpha_1$             | $l_1$ , м | $l_2$ , м |
| 1              | 20               | 0             | 0               | 40              | 10              | 0               | 0.5                    | 2         | 4         |
| 2              | 0                | 40            | 20              | 0               | 0               | 16              | 1.0                    | 2         | 2         |
| 3              | 10               | 20            | 0               | 20              | 18              | 0               | 1.0                    | 4         | 2         |
| 4              | 0                | 60            | 40              | 0               | 20              | 15              | 0.4                    | 5         | 5         |
| 5              | 30               | 0             | 20              | 10              | 0               | 10              | 0.2                    | 4         | 1         |

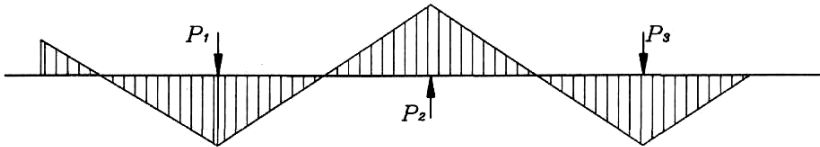
Эпюры внутренних усилий **M** для указанных схем можно легко построить без определения опорных реакций, используя табличные балочные эпюры, представленные в табл. 2.1.2. Табличными балочными эпюрами можно назвать эпюры **M** и **Q** в простых однопролетных и консольных балках, построенных от простых видов загрузений (сосредоточенной силы **P**, распределенной нагрузки **q**, сосредоточенного момента **m**). Эти эпюры студент должен знать как своего рода таблицу умножения. Анализируя табличные эпюры, можно записать следующие закономерности:

Для эпюры **M**.

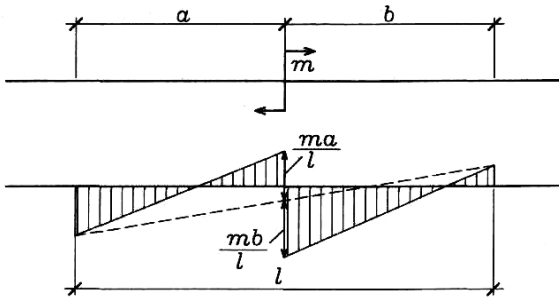
1. На незагруженных участках эпюра моментов изменяется по линейному закону.
2. На участках, загруженных распределенной нагрузкой **q**, эпюра моментов изменяется по криволинейному закону, причем выпуклость кривой направлена по направлению действия нагрузки. При равномерно распределенной нагрузке ордината кривой в середине загруженного участка составляет  $ql^2/8$  от линии опорных моментов.



3. Под сечением балки, где приложена сосредоточенная сила, эпюра моментов, имеет перелом, направленный в сторону действия силы:



4. Под сечением балки, где приложена сосредоточенная пара сил ( $m$ ), в эпюре изгибающих моментов имеется скачок, равный величине момента приложенной пары сил; прямые, примыкающие к скачку, идут параллельно друг другу.



5. В конечных сечениях балок, а также в шарнирах, изгибающий момент всегда равен нулю, если в этих сечениях не приложены сосредоточенные пары сил.

Для эпюры  $Q$ .

1. На участках, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изменяется по закону прямой, наклоненной к оси балки и определяется зависимостью

$$Q = \pm \frac{ql}{2} + \frac{M^{ПР} - M^{ЛЕВ}}{l}$$

2. На участках, свободных от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки, и определяется  $|Q| = tga$ , где  $\alpha$  - угол наклона эпюры  $M$  к оси балки.

3. Под сечениями балки, где приложены сосредоточенные силы, в эпюре поперечных сил имеются скачки, равные величинам приложенных сил.

Зная ординаты в характерных сечениях, их соединяют линиями в соответствии с вышеизложенными правилами.

Так, эпюры для консольных балок начинаем строить, идя со свободного конца к опоре, используя для этого табличные эпюры консольных балок для каждого вида нагружения с последующим их суммированием.

Эпюры для однопролетных балок с консолями строят в следующем порядке:

- 1) сначала строят эпюры на консолях, используя таблицы изгибающих моментов консольных балок, фиксируя при этом консольные моменты;
- 2) отмечая опорные моменты, проводят так называемую линию опорных моментов. Это прямая, соединяющая ординаты моментов над опорами;
- 3) на линию опорных моментов накладывают пролетную балочную эпюру (табличная эпюра  $M$  для однопролетной балки) от соответствующего вида нагружения;
- 4) все эпюры  $M$  строят со стороны растянутых волокон.

## 2.2. Ломаные балки-рамы

**Задача 2.2.1.** Для схем 1-32 построить эпюры внутренних усилий  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  от указанных воздействий. Исходные данные представлены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

| Номер варианта<br>Исходные данные | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-----------------------------------|----|----|----|----|----|----|
| $P$ , кН                          | 20 | 0  | 10 | 8  | 0  | 16 |
| $m$ , кНм                         | 10 | 15 | 18 | 0  | 14 | 20 |
| $q$ , кН/м                        | 0  | 10 | 20 | 12 | 18 | 15 |
| $a$ , м                           | 15 | 18 | 16 | 20 | 18 | 10 |

После определения опорных реакций рациональным способом переходят к построению эпюры изгибающих моментов. Для этого необходимо:

1) показать схему балки с нагрузкой и приложенными к ней опорными реакциями взамен отброшенных связей;

2) узлы рам представить мысленно как жестко-закрепленные опоры;

3) выделить консольные участки - элементы, расположенные от конечных сечений до соответствующего узла; эпюры на этих участках строятся с помощью таблиц  $M$  для простых консольных балок;

4) выделить пролетные участки - элементы, расположенные между узлами. Для них первоначально определяют концевые моменты из условий равновесия узлов рамы;

5) после проведения линии опорных моментов на нее накладывают балочную пролетную эпюру  $M$  с учетом растягивающихся волокон.

Эпюра  $Q$  строится по эпюре изгибающих моментов с использованием дифференциальной зависимости Журавского.

## СОДЕЖАНИЕ

|                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Введение .....                                                                                         | 3   |
| Глава 1. Кинематический анализ сооружений .....                                                        | 4   |
| Тема 1. Анализ неизменяемости плоских систем .....                                                     | 4   |
| Глава 2. Статически определимые системы .....                                                          | 9   |
| Тема 2. Определение внутренних усилий в статически<br>определимых системах .....                       | 9   |
| 2.1 Простые балки.....                                                                                 | 11  |
| 2.2 Ломаные балки-рамы.....                                                                            | 17  |
| 2.3 Трехшарнирные системы-рамы .....                                                                   | 22  |
| 2.4 Трехшарнирные системы-арки .....                                                                   | 26  |
| 2.5 Многопролетные системы.....                                                                        | 31  |
| Тема 3. Статически определимые фермы .....                                                             | 41  |
| Тема 4. Определение перемещений в статически определимых<br>системах .....                             | 46  |
| Тема 5. Матричная форма определения перемещений в статически<br>определимых системах от нагрузки ..... | 53  |
| Глава 3. Статически неопределимые системы .....                                                        | 59  |
| Тема 6. Определение внутренних усилий в рамах методом сил .....                                        | 59  |
| Тема 7. Матричный способ расчета рам методом сил .....                                                 | 76  |
| Тема 8. Определение внутренних усилий в статически<br>неопределимых фермах методом сил .....           | 77  |
| Тема 9. Определение внутренних усилий в статически<br>неопределимых арках методом сил .....            | 83  |
| Тема 10. Расчет неразрезных балок методом сил.....                                                     | 88  |
| Тема 11. Метод перемещений .....                                                                       | 95  |
| Тема 12. Метод перемещений в матричной форме .....                                                     | 112 |
| Тема 13. Комбинированный метод расчета симметричных систем ..                                          | 114 |
| Тема 14. Смешанный метод расчета рам.....                                                              | 119 |
| Глава 4. Приближенные методы расчета статически неопределимых<br>стержневых систем.....                | 124 |
| Тема 15. Метод уравнивания узловых моментов .....                                                      | 125 |
| Тема 16. Расчет рам на горизонтальную нагрузку.....                                                    | 131 |

|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Тема 17. Выбор рационального метода расчета.....                                              | 136 |
| Глава 5. Устойчивость стержневых систем.....                                                  | 140 |
| Тема 18. Расчет рам на устойчивость методом перемещений.....                                  | 140 |
| Тема 19. Расчет многопролетных многоэтажных рам на<br>устойчивость приближенным способом..... | 146 |
| Тема 20. Энергетический метод определения критической<br>нагрузки.....                        | 151 |
| Тема 21. Устойчивость арок.....                                                               | 153 |
| Глава 6. Динамика стержневых систем.....                                                      | 154 |
| Тема 22. Свободные колебания систем.....                                                      | 155 |
| Тема 23. Вынужденные колебания систем с несколькими<br>степенями свободы.....                 | 173 |
| Глава 7. Основы расчета тонкостенных пространственных систем.....                             | 181 |
| Тема 24. Расчет оболочек по безмоментной теории.....                                          | 181 |
| Тема 25. Расчет оболочек по полубезмоментной теории.....                                      | 186 |
| Тема 26. Расчет оболочек по моментной теории.....                                             | 192 |
| Тема 27. Расчет стержневых систем на действие подвижной<br>нагрузки. Линии влияния.....       | 201 |
| Тема 28. Расчет строительных конструкций с использованием<br>ЭВМ.....                         | 204 |
| Литература.....                                                                               | 208 |
| Приложение 1.....                                                                             | 209 |
| Приложение 2.....                                                                             | 210 |
| Приложение 3.....                                                                             | 212 |
| Приложение 4.....                                                                             | 216 |
| Приложение 5.....                                                                             | 222 |