Н.Н. Анохин

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

ЧАСТЬ I

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

АСВ

Н.Н. Анохин

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

ЧАСТЬ I

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

3-е издание, дополненное и переработанное

Рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по строительным специальностям

Издательство Ассоциации строительных вузов
Москва
2010

ББК 38.112
А69
УДК 624.04

Рецензенты:
кафедра строительной механики и теории упругости Московского института коммунального хозяйства и строительства (заведующий кафедрой – кандидат технических наук, профессор *Н.В. Колкунов*); член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, проф. *Н.Н. Шапошников*

Анохин Н.Н.
СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ. Ч I. Статически определимые системы: Учебное пособие. 3-е издание, дополненное и переработанное. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2010. – 336 с.

ISBN 978-5-93093-024-4

Учебное пособие, которое является первой частью курса строительной механики, разработано в соответствии с программой для строительных специальностей вузов.

Каждый параграф начинается с изложения соответствующего теоретического материала, затем приводятся с подробными решениями 125 характерных типовых примеров по теме и 575 задач для самостоятельного решения, к которым даны ответы.

Пособие будет полезно студентам для самостоятельной работы при выполнении расчетных заданий и подготовке к экзаменам, а также может быть использовано преподавателями при проведении практических занятий по расчету статически определимых плоских стержневых систем.

В основу книги положен многолетний опыт преподавательской работы автора в Московском государственном строительном университете (бывший МИСИ).

This manual, which is first part of the course, is written according to the course of structural mechanics for construction majors and consists of 700 tasks. Each paragraph starts with the theoretical material then comes some amount of the solved tasks usually offered for this material and the explications and tasks for students work with answers.

This manual will be of great use for the students who will work themselves, solving design tasks and preparing for the examination. Also it can be offered for the professors as a material for the laboratory works on static determinate plane bar systems.

This book is found on the big teaching experience in the Moscow State University of Civil Engineering (pr. MISI).

ISBN 978-5-93093-024-4

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

W – число степеней свободы, действительная работа внутренних сил

V – степень изменяемости системы, действительная работа внешних сил

$Д$ – число дисков

$Ш$ – число простых шарниров

C_0 – число опорных стержней

$У$ – число узлов фермы

C – число стержней фермы

K – число замкнутых бесшарнирных контуров

$Л$ – число лишних связей

q – равномерно распределенная нагрузка

F – сосредоточенная сила

m – сосредоточенный момент

P – обобщенная сила

M – изгибающий момент

Q – поперечная сила

N – продольная сила

$\bar{M}_i, \bar{Q}_i, \bar{N}_i$ – изгибающий момент, поперечная и продольная силы от единичной нагрузки

M_P, Q_P, N_P – изгибающий момент, поперечная и продольная силы от заданной нагрузки

E – модуль упругости

G – модуль сдвига

μ – коэффициент неравномерности распределения касательных напряжений по поперечному сечению, зависящий от формы сечения

l – длина пролета

h – высота поперечного сечения

b – ширина поперечного сечения

A – площадь поперечного сечения, возможная работа внешних сил

$A_В$ – площадь поперечного сечения вертикального стержня

$A_Г$ – площадь поперечного сечения горизонтального (наклонного) стержня

$A_{ВН}$ – возможная работа внутренних сил

J – момент инерции поперечного сечения

$J_В$ – момент инерции поперечного сечения вертикального стержня

$J_Г$ – момент инерции поперечного сечения горизонтального (наклонного) стержня

V_A, V_B, V_C ... – вертикальные составляющие реакций, возникающих в опорах A, B, C.…Реакции, направленные вверх, принимаются положительными

H_A, H_B, H_C…– горизонтальные составляющие реакций, возникающих в опорах A, B, C.… Реакции, направленные вправо, принимаются положительными

H ($H_З$) – распор (усилие в затяжке). Растягивающее усилие считается положительным

U – потенциальная энергия

Ω – площадь эпюры

ω – площадь линии влияния

α – коэффициент линейного расширения

φ, C, C_1, C_2 ... – заданные смещения опор

r, r_1, r_2…– коэффициенты жесткости упругоподатливых опор

R – радиус окружности

f – стрела подъема арки

M_K^0, Q_K^0 – изгибающий момент и поперечная сила в сечении K простой балки с горизонтальной осью того же пролета, что и арка

$F = 1$ – единичный груз

F_{KP} – критический груз (критическая сила)

$q_{ЭКВ}$ – эквивалентная равномерно распределенная нагрузка

$t' = |t_1 - t_2|$ – перепад температур по высоте поперечного сечения стержня

$t_0 = \dfrac{(t_1 + t_2)}{2}$ –температура по нейтральной оси стержня

t_1, t_2 – приращения температуры в краевых точках сечения

t_1 / $t_2=0$ – пунктир показывает, с какой стороны стержня происходит изменение температуры

t_1 / t_2 – изменение температуры по наружному и внутреннему волокнам элемента конструкции

x_K (X_K) – горизонтальное перемещение точки K. Перемещение, направленное вправо, принимается положительным

y_K ($У_K$) – вертикальное перемещение точки K. Перемещение, направленное вверх, принимается положительным

Δ_K – полное перемещение точки K, определяемое по формуле

$$\Delta_K = \sqrt{x_K^2 + y_K^2}$$

φ_K – угол поворота сечения в точке K. За положительное направление принимается поворот сечения по ходу часовой стрелки

x_{KN} (X_{KN}) – взаимное горизонтальное сближение (положительно) или расхождение (отрицательно) точек K и N

y_{KN} ($У_{KN}$) – взаимное вертикальное сближение (положительно) или расхождение (отрицательно) точек K и N

Δ_{KN} – взаимное сближение (положительно) или расхождение (отрицательно) по направлению прямой KN

φ_{KN} – взаимный угол поворота сечений в точках K и N

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое читателю учебное пособие проф. Н. Н. Анохина, посвященное плоским статически определимым стержневым системам, является, без преувеличения, оригинальным изданием, отражающим многолетний опыт преподавательской работы автора на кафедре строительной механики в Московском государственном строительном университете – МГСУ.

"Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механике" под ред. проф. Г. К. Клейна было выпущено в свет в 1980 году, т.е. почти двадцать лет тому назад. Поэтому рассматриваемое издание является более чем своевременным, восполняющим очевидный пробел в учебной литературе по строительной механике.

Автор приводит 700 задач с ответами, 125 из которых даны с подробными решениями, что позволяет студентам самостоятельно решать схожие задачи по аналогии.

В число задач, рассмотренных автором, включены и такие, которые дают ответы на все вопросы расчетно-графических заданий по курсу строительной механики "Статика сооружений".

Недавно изданный учебник "Основы строительной механики стержневых систем" (авт. – проф. Н. Н. Леонтьев и др.) и пособие Н. Н. Анохина образуют единый блок литературы по строительной механике, специально приспособленный к требованиям МГСУ и других вузов, имеющих строительные специальности.

Пособие вызовет большой интерес не только у студентов, для которых оно, собственно, и предназначено, но и у преподавателей строительной механики, поможет им в разработке зачетных и экзаменационных задач.

Особую ценность изданию придает также принятая методика изложения материала, в соответствии с которой в начале каждого параграфа автор приводит теоретический материал, облегчающий освоение предмета. Студент даже может ориентироваться в основном на это пособие, прибегая к помощи учебника лишь для углубленного изучения того или иного вопроса.

Полагаю, что тщательно и с любовью выполненная проф. Н. Н. Анохиным огромная работа принесет большую пользу всем, кто изучает строительную механику или по роду своей деятельности с ней связан.

Акад. РИА,
д-р техн. наук, проф. Д. Н. Соболев

ОТ АВТОРА

Учебное пособие по курсу "Строительная механика" планируется как издание, состоящее из трех частей: статически определимые системы, статически неопределимые системы, динамика и устойчивость плоских стержневых систем.

Первая книга пособия посвящена плоским статически определимым стержневым системам. В издании, разработанном в соответствии с вузовской программой для строительных специальностей, использован многолетний опыт преподавания данного курса на кафедре строительной механики МГСУ (бывший МИСИ).

В первой части пособия изложены кинематический анализ расчетных схем сооружений, методы расчета статически определимых систем на действие неподвижных и подвижных нагрузок, определение в этих системах перемещений.

Приведено 700 задач, к 125 из которых даны подробные решения, а к остальным – ответы. Каждый параграф начинается с подробного изложения основных вопросов теории, относящихся к конкретной теме. В конце глав предлагаются вопросы для самоконтроля.

В книге для задач и ответов к ним, а также для рисунков принята тройная нумерация: первая цифра показывает номер главы, вторая – номер параграфа этой главы, третья – порядковый номер задачи (ответа) или рисунка данного параграфа. Для формул и примеров принята двойная нумерация: первая цифра показывает номер главы, вторая – порядковый номер формулы или примера данной главы.

Автор выражает благодарность рецензентам – проф. Н.В. Колкунову, чл.-кор. РААСН Н.Н. Шапошникову, научному редактору – чл.-кор. РААСН Н.Н. Леонтьеву, акад. РИА Д.Н. Соболеву, проф. М.Г. Ванюшенкову за ценные замечания и рекомендации, сделанные при рецензировании и прочтении рукописи, а также всем сотрудникам кафедры, с которыми автор общался в процессе написания пособия и советы которых способствовали улучшению содержания книги.

Автор выражает глубокую благодарность д-ру техн. наук, проф. А.В. Дукарту и генеральному директору АО РОСКОНИТСТРОЙ Д.М. Бениаминову за финансовую помощь, оказанную при выпуске настоящего издания.

Автор будет признателен читателям за отклики и замечания по содержанию пособия, которые можно направлять по адресу: 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, кафедра "Строительная механика".

Глава 1. Кинематический анализ расчетных схем

§ 1.1. Определение числа степеней свободы плоских стержневых систем и анализ их геометрической структуры. Проверка на мгновенную изменяемость

Прежде чем приступить к расчету сооружения, необходимо составить его расчетную схему и выполнить ее кинематический анализ для выяснения вопроса о неподвижности и геометрической неизменяемости системы в целом или отдельных ее частей. Кроме того, следует проверить ее на мгновенную неизменяемость (изменяемость). Частично ответ на этот вопрос связан с установлением числа степеней свободы расчетной схемы.

Под расчетной схемой понимают упрощенное изображение реального сооружения. Она отражает основные свойства, определяющие поведение сооружения под нагрузками, и не учитывает второстепенные факторы, которыми можно пренебречь.

Степенью свободы плоской стержневой системы называется количество независимых геометрических параметров, определяющих ее положение на плоскости относительно земли.

Основные определения

Система называется геометрически неизменяемой, если изменение формы возможно только в результате деформации составляющих ее элементов.

Система называется геометрически изменяемой, если она может изменять свою форму без деформации составляющих ее элементов.

Система называется мгновенно изменяемой, если она допускает бесконечно малые перемещения точек без деформации ее элементов. После прекращения перемещений она превращается в неизменяемую систему.

Диск – элемент (стержень) или система элементов из абсолютно жесткого материала, не изменяющая своей формы и размеров. Диск в плоскости имеет три степени свободы.

Земля – диск бесконечной протяженности (полуплоскость).

Кинематическая связь – любое устройство, отнимающее у тела или системы одну степень свободы.

В качестве связей используют шарниры, стержни с шарнирами по концам и опоры.

Ц и л и н д р и ч е с к и й п р о с т о й ш а р н и р – устройство, соединяющее два диска и эквивалентное двум кинематическим связям (рис. 1.1.1, *а...в*).

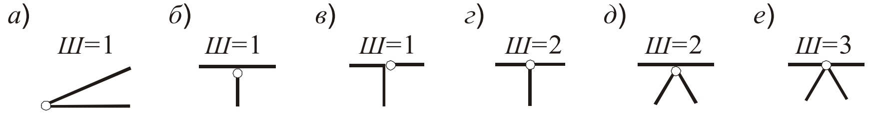

Рис. 1.1.1

К р а т н ы й (с л о ж н ы й) ш а р н и р соединяет три и более дисков и эквивалентен $n-1$ простым шарнирам, где n – число соединяемых дисков (рис. 1.1.1, *г...е*).

Например, для случаев, показанных на рис. 1.1.1, *г*, *д*, шарнир соединяет три диска (стержня) и его кратность равна $Ш = n - 1 = = 3 - 1 = 2$, а для случая, приведенного на рис. 1.1.1, *е*, – $Ш = n - 1 = 4 - 1 = 3$, где $Ш$ – число простых (приведенных) шарниров.

Шарниры, показанные на рис. 1.1.1, *а*, *г*, *е*, называются п о л н ы м и , а на рис. 1.1.1, *б*, *в*, *д*, – н е п о л н ы м и .

Под у з л о м шарнирно-стержневой системы (фермы) будем понимать точку с двумя степенями свободы.

Степень свободы системы W и степень изменяемости V системы, не имеющей опорных стержней, определяются формулами

$$W = 3Д - 2Ш - C_0; \tag{1.1}$$

$$V = 3Д - 2Ш - 3; \tag{1.2}$$

$$W = 3Д - 2Ш - C_0 - 3K; \tag{1.3}$$

$$V = 3Д - 2Ш - 3 - 3K; \tag{1.4}$$

$$W = 2У - C - C_0; \tag{1.5}$$

$$V = 2У - C - 3, \tag{1.6}$$

где $Д$ – число дисков; $Ш$ – число простых (приведенных) шарниров; C_0 – число опорных стержней; $У$ – число узлов фермы; C – число стержней фермы; K – количество замкнутых бесшарнирных контуров.

Формулы (1.1) и (1.2) предназначены для любых схем сооружений, не содержащих замкнутых бесшарнирных контуров; формулы (1.3) и (1.4) предназначены для любых расчетных схем, включающих в себя замкнутые бесшарнирные контуры и, наконец, две последние формулы (1.5), (1.6) – для ферм.

В зависимости от результатов подсчета W, полученных по приведенным выше формулам, возможны три случая:

1. $W > 0$ ($V > 0$) – система геометрически изменяема, так как не имеет достаточного количества связей и, вообще говоря, не может применяться в качестве строительной конструкции.

2. $W = 0$ ($V = 0$) – система обладает минимально необходимым количеством связей, при правильной расстановке которых образуется геометрически неизменяемая и статически определимая система.

3. $W < 0$ ($V < 0$) – система имеет избыточное число связей, при правильной расстановке которых образуется геометрически неизменяемая и статически неопределимая система.

Система, у которой $W=1$ называется механизмом.

Условие $W \leq 0$ является необходимым признаком геометрической неизменяемости системы, но недостаточным для ответа на вопрос о том, является ли рассматриваемая расчетная схема неизменяемой. Необходимо дополнительно провести анализ геометрической структуры и установить, правильно ли (или неправильно) и в какой последовательности соединяются между собой диски и как они прикрепляются к земле.

Основные правила образования геометрически неизменяемых систем

1. К диску (рис. 1.1.2, *а*) может быть присоединен узел с помощью двух стержней (диады), оси которых не лежат на одной прямой.

2. Два диска могут быть соединены между собой простым шарниром и стержнем, ось которого не проходит через центр шарнира (рис. 1.1.2, *б*). Если ось стержня проходит через центр шарнира, то система будет мгновенно изменяемой (рис. 1.1.2, *в*).

3. Два диска могут быть соединены между собой тремя стержнями, оси которых не должны пересекаться в одной точке и быть параллельными (рис. 1.1.2, *г*). В противном случае вновь образованная система будет мгновенно изменяемой (рис. 1.1.2, *д*, *е*). Это правило сводится к предыдущему, если точку пересечения двух стержней заменить так называемым фиктивным шарниром (рис. 1.1.2, *ж*).

4. Три диска, соединенные между собой тремя простыми шарнирами, не лежащими на одной прямой, образуют геометрически неизменяемую систему (рис. 1.1.2, *з*). Если шарниры (реальные и фиктивные) лежат на одной прямой, то полученная система будет мгновенно изменяемой (рис. 1.1.2, *и*).

Приведенные правила создания геометрически неизменяемых систем основаны на принципе образования действительного или фиктивного шарнирного треугольника – простейшей геометрически неизменяемой фигуры (см. рис. 1.1.2, *а*, *б*, *г*, *ж*, *з*). Если шарнирный треугольник вырождается в прямую (см. рис. 1.1.2, *в*, *и*) или в точку (см. рис. 1.1.2, *д*, *е*), то система становится мгновенно изменяемой.

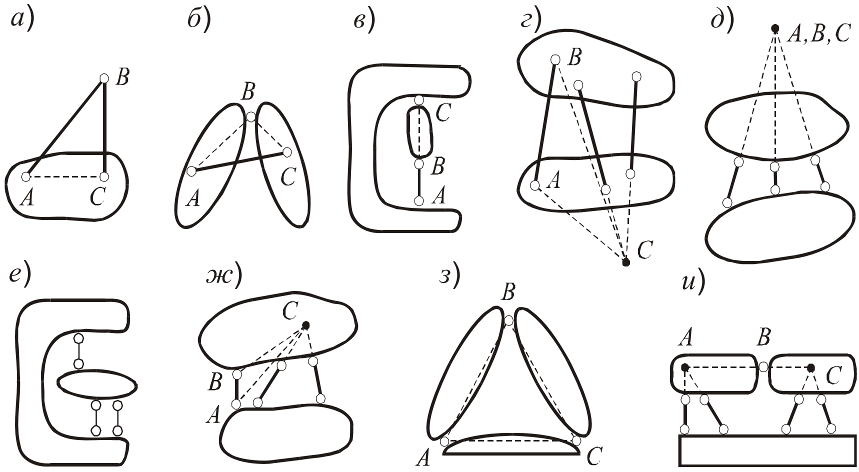

Рис. 1.1.2

Для выявления мгновенной изменяемости системы помимо вышеприведенных признаков применяются *статический и кинематический способы*.

Сущность статического способа: система мгновенно изменяема, если при ее расчете на какую-нибудь нагрузку в отдельных элементах будут получены бесконечно большие (∞), неопределенные (0/0) или противоречивые величины усилий. Если же усилия в элементах имеют конечные и единственные значения, то система геометрически неизменяема.

Простейшей является нулевая нагрузка. Тогда опорные реакции и усилия в элементах также должны быть равны нулю. В противном случае система мгновенно изменяема.

Кинематический способ целесообразно применять к системам, состоящим из двух или трех дисков, к которым могут быть приведены практически любые системы.

Система мгновенно изменяема, если:

1. Имеется мгновенный центр вращения в системе, состоящей из двух дисков, соединенных тремя стержнями с шарнирами на концах.

2. Мгновенные центры вращения системы из трех дисков, связанных шарнирно друг с другом, расположены на одной прямой.

Мгновенный центр взаимного вращения двух дисков, соединенных шарниром, совпадает с центром шарнира, а при соединении двумя и более стержнями с шарнирами на концах он будет расположен в точке пересечения стержней (фиктивный шарнир). Относительно этих точек возможен поворот одного диска относительно другого на бесконечно малый угол.

Мгновенно изменяемые системы в качестве строительных сооружений недопустимы. Нежелательно применять и конструкции, близкие к мгновенно изменяемым, поскольку в них появляются весьма большие усилия и перемещения при конечных нагрузках.

Для расчета сложных шарнирно-стержневых систем или проверки на мгновенную изменяемость может быть использован *способ замены стержней*, основанный на применении принципа независимости действия сил. Поясним его сущность на примере.

Пусть требуется определить усилия в ферме, показанной на рис. 1.1.3, *а*. Число стержней, сходящихся в каждом узле, равно 3, а потому трудно подобрать какой-либо простой способ расчета фермы. Поступим следующим образом: преобразуем заданную ферму (заменяемую) в родственную ей более простую ферму (заменяющую) путем замены стержня 3 – 6 стержнем 1 – 5 (рис. 1.1.3, *б*). Новый стержень 1 – 5 называется заменяющим стержнем, а тот, который выбрасывается (3 – – 6), – заменяемым.

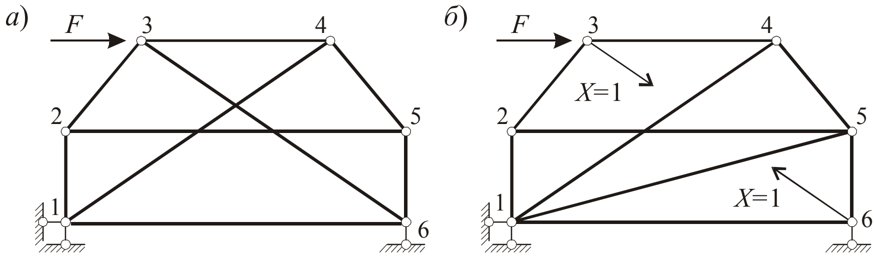

Рис. 1.1.3

Заменяющая ферма должна быть геометрически неизменяемой и простой для расчета. Обозначим через X усилие, возникающее от заданной внешней нагрузки в заменяемом стержне 3 – 6 заданной сложной фермы. Поскольку значение его неизвестно, примем его пока равным единице ($X = 1$). Рассчитав заменяющую ферму на действие единичной нагрузки, приложенной в узлах 3 и 6, и на действие заданной внешней нагрузки, найдем окончательное значение усилия N_{1-5} в стержне 1 – 5:

$$N_{1-5} = \overline{N}_{1-5} X + N_{(1-5)P}, \qquad (1.7)$$

где $\bar{N}_{1-5}$ – усилие в заменяющем стержне 1 – 5 от силы $X = 1$; $N_{(1-5)P}$ –

– усилие в заменяющем стержне 1 – 5 от заданной внешней нагрузки.

Для того чтобы заменяющая система была эквивалентна заменяемой, необходимо выполнение условия $N_{1-5} = 0$, так как в заданной системе заменяющего стержня 1 – 5 нет.

$$\bar{N}_{1-5}X + N_{(1-5)P} = 0\text{, откуда } X = -N_{(1-5)P} \Big/ \bar{N}_{1-5}\,. \quad (1.8)$$

Найдя значение *X,* можно легко определить все усилия способом вырезания узлов или для любого стержня *i*:

$$N_i = \bar{N}_i X + N_{iP}\,. \quad (1.9)$$

Рассмотренный способ можно распространить и на большее количество заменяемых стержней.

Так как заменяющая ферма геометрически неизменяема, усилия во всех стержнях заданной фермы будут вполне определенными и конечными, а это является статическим признаком геометрической неизменяемости системы. Если же окажется, то $\bar{N}_{1-5}=0$, то $X = \pm\infty$, или $X = 0/0$, и система будет мгновенно изменяема.

Пример 1.1. Произвести кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.4.

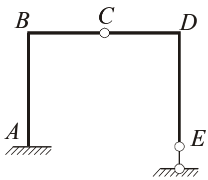

Рис. 1.1.4

Вначале с помощью формулы (1.1) определяем степень свободы системы. Отбросим все шарниры и опорные стержни. Находим, что система состоит из двух дисков, т.е. *Д* = 2, одного шарнира в точке *C* (*Ш* = 1) и четырех опорных стержней (жесткая заделка эквивалентна трем опорным стержням), т.е. $C_0 = 4$.

$$W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0.$$

Таким образом, система имеет минимально необходимое количество связей, чтобы быть неизменяемой и статически определимой.

Выполним структурный анализ системы. Так как диск *ABC* жестко связан с землей, можно считать диск *ABC* землей. К этому диску присоединяется диск *CDE* с помощью шарнира *C* и опорного стержня, не проходящего через центр шарнира. Следовательно, система образована в соответствии с правилами образования неизменяемых систем. Она геометрически и мгновенно неизменяема и статически определима.

Пример 1.2. Произвести кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.5.

Вычислим степень свободы системы. Отбросив все шарниры и опорные стержни, найдем, что *Д* = 3, *Ш* = 3, $C_0 = 3$. Тогда

$W = 3\,Д - 2\,Ш\, - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 3 = 0.$

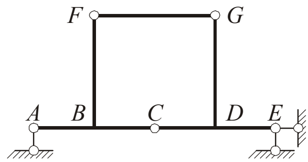

Рис. 1.1.5

Система имеет минимально необходимое количество связей, чтобы быть неизменяемой и статически определимой. Чтобы убедиться в ее неизменяемости, надо выполнить анализ структуры. Три диска *FABC*, *GCDE* и *FG* соединены между собой тремя шарнирами *C*, *F*, *G*, не лежащими на одной прямой, и образуют, согласно правилам структурообразования, новый диск. Этот диск прикреплен к земле с помощью трех опорных стержней, не пересекающихся в одной точке. Следовательно, система геометрически и мгновенно неизменяема и статически определима.

Пример 1.3. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.6.

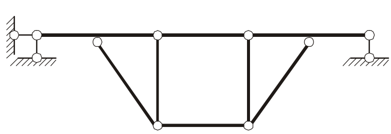

Рис. 1.1.6

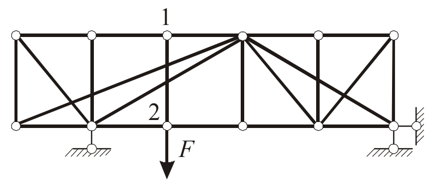

Рис. 1.1.7

Число дисков системы $Д = 8$, число простых (приведенных) шарниров $Ш = 10$, число опорных стержней $C_0 = 3$. Следовательно, $W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 - 3 = 1$. Система имеет одну степень свободы, т.е. является механизмом и в качестве строительной конструкции применяться не может.

Пример 1.4. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.7.

Так как система является шарнирно-стержневой, для определения ее степени свободы применим формулу (1.5). Число узлов $У = 12$, число стержней $C = 22$, число опорных стержней $C_0 = 3$. Следовательно, $W = 2\,У - C - C_0 = 2 \cdot 12 - 22 - -3 = -1$. Система имеет одну лишнюю связь. Вырезав нижний узел 2 и составив уравнение равновесия: $\sum Y = 0$, получим, что $N_{1-2} = F$, а при вырезании верхнего узла 1 – $N_{1-2} = 0$. Найденные значения усилий для стержня N_{1-2} являются противоречивыми. Согласно статическому признаку заданная система будет мгновенно изменяемой.

Пример 1.5. Выполнить кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.8. $Д = 3$, $Ш = 2$, $C_0 = 5$. Тогда $W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$. Произведем структурный анализ. Диск *ABC* прикреплен к земле тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке. К полученному новому диску (земля+диск *ABC*) присоединяется диск *DFE* с помощью стержня *CD* и двух опорных стержней, т.е. также с помощью трех стержней, не пересекающихся в одной точке. Вывод: система геометрически и мгновенно неизменяема и статически определима.

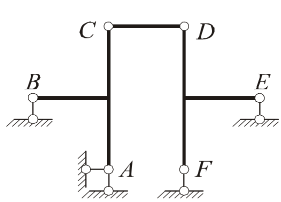

Рис. 1.1.8

Пример 1.6. Выполнить кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.9.

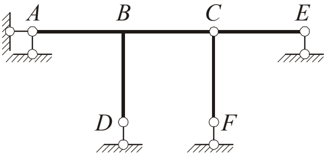

Рис. 1.1.9

Число дисков $Д = 3$, опорных стержней – $C_0 = 5$. Цилиндрический шарнир C является кратным, так как он соединяет три диска. Согласно формуле для числа простых (приведенных) шарниров $Ш = n - 1 = 3 - 1 = 2$. Тогда $W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$. Диски $ABCD$ и земля, соединенные тремя стержнями, не пересекающимися в одной точке, образуют новый неподвижный диск. К этому диску присоединяется диск CE с помощью шарнира C и опорного стержня, не проходящего через центр шарнира. Полученная таким образом система также является неподвижным диском. К последнему диску присоединяется диск CF с помощью шарнира C и опорного стержня, проходящего через центр шарнира, что, согласно правилу структурообразования, приводит к мгновенной изменяемости.

Пример 1.7. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.10.

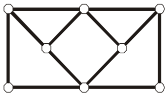

Рис. 1.1.10

Так как система не имеет опорных стержней, определим степень ее внутренней изменяемости по формуле (1.6): $V = 2У - C - 3 = 2 \cdot 8 - 12 - 3 = 1$. Система имеет одну степень свободы (механизм) и к применению в качестве строительной конструкции непригодна.

Пример 1.8. Произвести кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.11. $W = 2У - C - C_0 = 2 \cdot 7 - 11 - 3 = 0$.

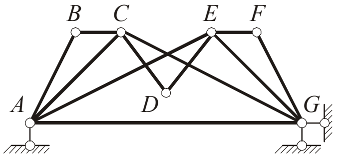

Рис. 1.1.11

Для доказательства геометрической неизменяемости системы применим несколько раз первый способ образования неизменяемых систем. К простейшему треугольному диску ACG присоединим узел B с помощью диады AB и BC. К полученному новому диску $ABCG$ присоединим узел E с помощью диады AE и EG, затем присоединим узел F с помощью диады FE и FG. Наконец, к диску $ABCEFG$ добавляется узел D с помощью диады CD и DE. Таким образом, вся система является диском. Этот диск правильно прикреплен к земле тремя опорными стержнями. Вывод: система неподвижна, геометрически неизменяема и статически определима.

Пример 1.9. Выполнить кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.12, *а*.

$Д = 10$, $Ш = 12$, $C_0 = 6$. $W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 10 - 2 \cdot 12 - 6 = 0$.

Ферма, состоящая из правильно соединенных треугольников, образует один диск $BCDLK$ (рис. 1.1.12, *а*, *б*).

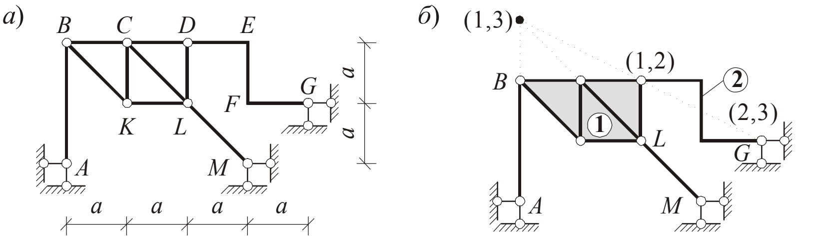

Рис. 1.1.12

Применим для исследования кинематический метод, приняв землю за третий диск. Мгновенный центр вращения диска **1** относительно земли (1,3) находится на пересечении стержней *AB* и *LM* (фиктивный шарнир), диска **1** относительно диска **2** (*DEFG*) – совпадает с шарниром *D* (1, 2) и диска **2** относительно земли – совпадает с шарниром *G* (2,3). Все три мгновенных центра взаимного вращения трех соединенных дисков лежат на одной прямой (это следует из геометрии задачи), рис. 1.1.12, *б*. Следовательно, заданная система мгновенно изменяема.

Пример 1.10. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.13.

$\text{Д} = 4,\ \text{Ш} = 4,\ C_0 = 4.$

$W = 3\,\text{Д} - 2\,\text{Ш} - C_0 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 4 = 0.$

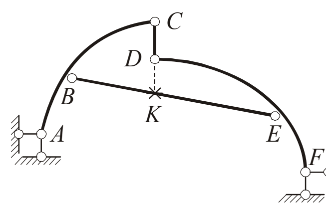

Рис. 1.1.13

Диски *ABC* и *DEF* присоединены к поверхности земли шарнирами *A* и *F* и между собой соединены стержнями *CD* и *BE*, пересекающимися в точке *K* (фиктивный шарнир). Шарниры *A*, *K* и *F* не лежат на одной прямой. Следовательно, исходя из схемы структурообразования, заданная система геометрически неизменяема, статически определима и не обладает мгновенной изменяемостью.

Пример 1.11. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.14, *а*.

Число узлов $У = 12$, число стержней $C = 21$, число опорных стержней $C_0 = 3$. $W = 2\,У - C - C_0 = 2 \cdot 12 - 21 - 3 = 0.$

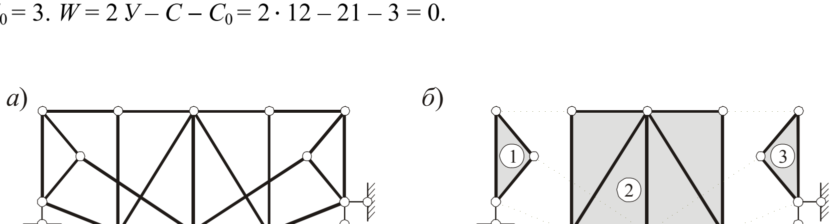

Рис. 1.1.14

Диски **1** и **2** (рис. 1.1.14, *б*) соединены между собой тремя стержнями (они показаны пунктиром), не пересекающимися в одной точке, и, согласно третьему правилу структурообразования, образуют новый диск. К этому новому диску аналогично присоединяется диск **3**. Полученный таким образом один диск прикрепляется к земле тремя опорными стержнями, не пересекающимися в одной точке. Вывод: ферма геометрически и мгновенно неизменяема и статически определима.

Пример 1.12. Исследовать систему, показанную на рис. 1.1.15, *а*.

$$У = 8,\ C = 13,\ C_0 = 3.\quad W = 2\,У - C - C_0 = 2 \cdot 8 - 13 - 3 = 0.$$

Произвести анализ геометрической структуры заданной системы по известным правилам довольно трудно.

Для решения этой задачи применим способ замены стержней. Заменим заданную систему другой, в которой стержень 2–3 заменен стержнем 6–8 (рис. 1.1.15, *б*). Геометрическая неизменяемость последней очевидна.

Вместо отброшенного стержня 2–3 приложим единичные силы в узлах 2 и 3, и, принимая их в качестве внешней симметричной нагрузки в заменяющей системе, найдем усилие $\bar{N}_{6-8}$ в стержне 6–8.

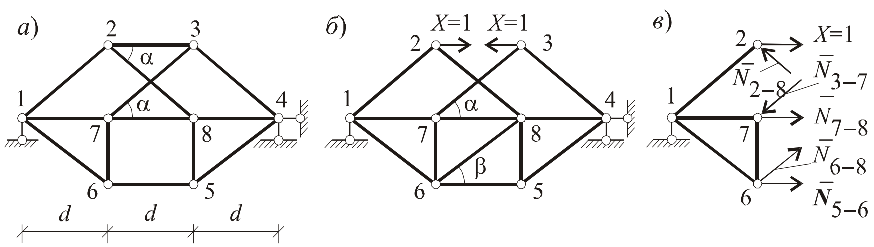

Рис. 1.1.15

Поскольку ферма симметрична, усилия в стержнях 2–8 и 3–7 будут сжимающими и равными, т.е. $\bar{N}_{2-8} = \bar{N}_{3-7}$, – результат вырезания узлов 2 и 3 и составления уравнений проекций всех сил на оси, перпендикулярные стержням 1–2 и 3–4. Далее проведем сечение через стержни 2–8, 3–7, 7–8, 6–8, 5–6 и составим уравнение равновесия для суммы проекций левых сил на вертикальную ось (рис. 1.1.15, *в*):

$$\sum Y = 0,\ \cancel{\bar{N}_{2-8}\sin\alpha} - \cancel{\bar{N}_{3-7}\sin\alpha} + \bar{N}_{6-8}\sin\beta = 0\,.$$

Отсюда следует, что $\bar{N}_{6-8} = 0$. Равенство $\bar{N}_{6-8} = 0$ является признаком мгновенной изменяемости заданной системы.

Пример 1.13. Выполнить кинематический анализ системы, показанной на рис. 1.1.16, *а*.

$$Д = 7,\ Ш = 8,\ C_0 = 5.\ W = 3Д - 2Ш - C_0 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 8 - 5 = 0.$$

Составим поэтажную схему рамы (рис. 1.1.16, *б*), заменив простые шарниры эквивалентными двухстержневыми шарнирно-неподвижными опорами. В поэтажной схеме выделяют главные геометрически неизменяемые части – диски и второстепенные, геометрическая неизменяемость которых обеспечивается за счет опирания их на главные части. Трехшарнирная рама *ABCDEF*, состоящая из двух дисков – *ABC* и *CDEF*, соединенных между собой шарниром *C* и прикрепленная к третьему диску – земле с помощью двух шарниров – *A* и *D*, является геометрически неизменяемой системой (диском), так как все три шарнира – *A*, *C*, *D* не лежат на одной прямой. На этот диск (землю) опираются еще две трехшарнирные рамы – *CNF* и *FGKCL*, образуя единую геометрически неизменяемую систему. Наконец, к последнему диску присоединяется балка (стержень) *LM* с помощью трех опорных стержней, не пересекающихся в одной точке.

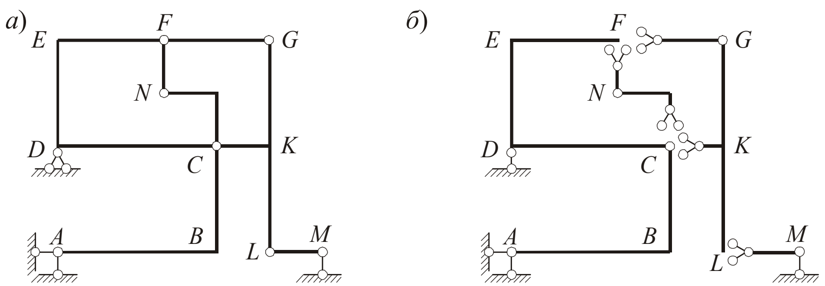

Рис. 1.1.16

Вывод: если для заданной системы удается построить поэтажную схему в соответствии с основными правилами образования геометрически неизменяемых систем, то система в целом является геометрически и мгновенно неизменяемой.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное пособие

Николай Николаевич Анохин

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

ЧАСТЬ I

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Научный редактор: *Н.Н. Леонтьев*
Компьютерный набор, верстка: *С.А. Иванова*
Редактор: *И.Ю. Уланова*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.

Усл. 29 п.л. Тираж 1000 экз. Заказ №

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, отдел реализации – оф. 511
тел., факс: (499)183-56-83, e-mail: iasv@mgsu.ru, http://www.iasv.ru/