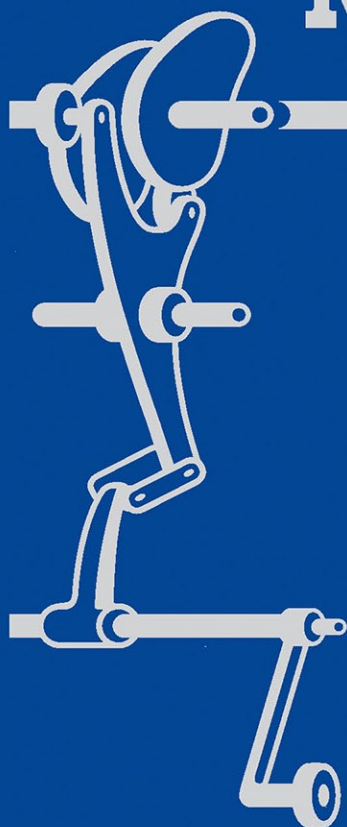


И. И. Вульфсон

ДИНАМИКА ЦИКЛОВЫХ МАШИН



ПОЛИТЕХНИКА

Электронный аналог печатного издания: Вульфсон И. И. Динамика цикловых машин/И. И. Вульфсон. — СПб.: Политехника, 2013. — 425 с.: ил.

УДК 621.01:534.1
ББК 34.41
В88



ПОЛИТЕХНИКА
ИЗДАТЕЛЬСТВО
Санкт-Петербург
www.polytechnics.ru

Рецензенты: **В. К. Асташев**, заведующий отделом «Механика машин и управление машинами» ИМАШ РАН, доктор технических наук, профессор; **Л. С. Мазин**, доктор технических наук, профессор кафедры машиностроения Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна

Вульфсон И. И.
В88 Динамика цикловых машин/И. И. Вульфсон. — СПб.: Политехника, 2015. — 425 с.: ил.

ISBN 978-5-7325-1024-9

В книге изложены современные методы расчета колебаний машин, включающих механизмы циклового действия (рычажные, кулачковые, шаговые и т. п.). Приведены приемы схематизации и корректного математического описания колебательных систем при учете переменности параметров и нелинейностей. Особое внимание в монографии уделено новым разработкам в данном классе задач, посвященным анализу и динамическому синтезу цикловых машин с повторяющимися секциями (модулями), образующими регулярные колебательные системы сложной структуры. Анализируются специфические динамические эффекты, приводятся оценки динамических ошибок и способы подавления колебаний. Ряд разделов монографии по постановке задач выходит за рамки динамики цикловых машин и носит общеинженерный характер (учет нелинейных диссипативных сил при неоднородных колебаниях, ударное возбуждение в зазорах, параметрические эффекты и др.).

Изложение иллюстрируется примерами, а также результатами компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.

Книга предназначена для инженерно-технических и научных работников, специализирующихся в области динамики машин. Она также может быть полезна аспирантам, магистрам и студентам вузов соответствующих специальностей.

УДК 621.01:534.1
ББК 34.41

ISBN 978-5-7325-1024-9

© Издательство «Политехника», 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. ЦИКЛОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ	9
1.1. Общие сведения о цикловых механизмах	9
1.1.1. Функциональные особенности цикловых механизмов	9
1.1.2. Функция положения и геометрические передаточные функции	12
1.1.3. Простейшие критерии динамического синтеза ..	14
1.2. Программное движение звеньев цикловых механизмов ..	15
1.2.1. Способы получения программных движений	15
1.2.2. Структура закона движения. Безразмерные характеристики	16
1.2.3. Общие свойства безразмерных констант законов движения	20
1.2.4. Определение структурных параметров для типовых задач синтеза закона движения	21
Глава 2. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ	27
2.1. Основные цели анализа колебаний в машинах	27
2.2. Основные этапы динамического расчета	28
2.3. Классификация механических колебаний	30
2.4. Исходные предпосылки и принципы при составлении динамической модели	32
2.5. Типовые динамические модели цикловых систем и их классификация	35
2.6. Элементы динамической модели и их приведение	43
2.6.1. Инерционные характеристики	43
2.6.2. Характеристики упругих элементов	45
2.6.3. Параметры диссипации	49
Глава 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	54
3.1. Некоторые сведения из аналитической механики применительно к задачам колебаний цикловых механизмов ..	54
3.1.1. Связи, реализуемые в механизмах	54
3.1.2. Представление кинетической и потенциальной энергии в виде квадратичных форм	56
3.1.3. Уравнения Лагранжа второго рода	57
3.1.4. Особая форма уравнений Лагранжа второго рода с избыточными координатами	58
3.1.5. Составление систем дифференциальных уравнений голономных систем с помощью уравнений Аппеля	60
3.1.6. Составление систем дифференциальных уравнений с помощью обратного способа	60

3.2. Методика составления системы дифференциальных уравнений привода с цикловыми механизмами	62
Глава 4. ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ, ОТОБРАЖАЕМЫХ МОДЕЛЯМИ С ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ.....	78
4.1. Модели с одной степенью свободы	78
4.1.1. Общее решение	78
4.1.2. Определение решений при установившихся режимах	80
4.1.3. Виброактивность и динамические ошибки	90
4.2. Вынужденные колебания системы с конечным числом степеней свободы	100
4.2.1. Гармоническое возбуждение	100
4.2.2. Нормальные (главные) координаты	103
4.3. Динамическая разгрузка.....	105
4.4. Синтез колебательных систем цикловых механизмов с квазипостоянной амплитудно-частотной характеристикой..	109
4.4.1. Динамическая модель и ее модификации.....	110
4.4.2. Системы с одной степенью свободы	111
4.4.3. Системы с двумя степенями свободы	113
Глава 5. ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ, ОТОБРАЖАЕМЫХ МОДЕЛЯМИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ. МЕТОД УСЛОВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА	117
5.1. Линеаризация геометрических характеристик циклового механизма в окрестности программного движения	117
5.2. Метод условного осциллятора	120
5.2.1. Общие сведения о методе условного осциллятора...	120
5.2.2. Аналитический способ построения решения для расчета установившихся режимов	129
5.2.3. Численно-аналитический способ построения замкнутой формы решения для расчета установившихся режимов.....	130
5.2.4. Системы со многими степенями свободы.....	132
5.3. Учет переменности параметров при динамическом синтезе механизмов с медленно меняющимися параметрами ...	133
5.3.1. Устойчивость на произвольном временном отрезке и устранение амплитудной модуляции сопровождающих колебаний	134
5.3.2. Пути снижения виброактивности и некоторые критерии динамического проектирования механизмов	137
5.4. Условия динамической устойчивости в зонах параметрических резонансов	138
5.4.1. Общие сведения о параметрическом резонансе...	138
5.4.2. Способы устранения параметрического резонанса...	141
5.4.3. Оценка резонансных амплитуд при совместном учете вынуждающей силы и параметрического возбуждения	142

5.5. Параметрический импульс	144
5.5.1. Одиночный параметрический импульс	144
5.5.2. Оценка динамического эффекта при периодичности параметрических импульсов.....	148
5.6. Разрывы кинематической цепи в механизмах с силовым замыканием и их устранение.....	149
5.6.1. Влияние колебаний привода на условия силового замыкания	149
5.6.2. Продольные колебания замыкающих пружин ...	152
5.6.3. Поперечные колебания замыкающих пружин ..	158
5.7. Избранные задачи динамики цикловых механизмов, схематизированных в виде цепных систем с переменными параметрами.....	163
5.7.1. Динамические ошибки при кинематическом возбуждении исполнительных органов повышенной протяженности	163
5.7.2. Колебания дифференциального механизма со встроенным цикловым программносителем	168
5.7.3. Исследование изгибных колебаний исполнительного органа, схематизированного в виде консольной балки переменной длины	177
5.7.4. Колебания привода цикловой машины при учете динамической характеристики электродвигателя	180
Глава 6. УЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ МАШИН	188
6.1. Учет нелинейных диссипативных сил при моногармонических колебаниях	188
6.1.1. Вводные замечания.....	188
6.1.2. Эквивалентная линеаризация диссипативных сил в колебательной системе с одной степенью свободы	189
6.1.3. Эквивалентная линеаризация диссипативных сил в колебательной системе со многими степенями свободы	192
6.2. Определение приведенных характеристик сложных соединений упругодиссипативных элементов приводов машин...	194
6.3. Учет нелинейных диссипативных сил при неоднородных колебаниях	201
6.3.1. Предварительные замечания	201
6.3.2. Свободные колебания	202
6.3.3. Аналитическое описание коэффициентов диссипации при неоднородных режимах	204
6.3.4. Резонансные колебания	208
6.3.5. Уточненные условия динамической устойчивости при главном параметрическом резонансе	210
6.3.6. Влияние высокочастотных воздействий на резонансные колебания при совместных силовых и параметрических возмущениях	212

6.3.7. Условия возникновения субгармонических резонансов при неодночастотном возбуждении	213
6.3.8. Влияние высокочастотных возмущений на условия возбуждения релаксационных фрикционных автоколебаний	219
6.4. Нелинейные резонансные колебания привода на частоте амплитудной модуляции высокочастотного возбуждения....	220
6.5. Колебания систем с промежуточными фрикционными связями	224
6.5.1. Динамические модели с конечным числом степеней свободы	224
6.5.2. Исследование вынужденных колебаний привода на базе модели с распределенным упругофрикционным элементом	228
Глава 7. ЗАЗОРЫ.....	239
7.1. Динамические эффекты и их математическое описание	239
7.2. Возбуждение колебаний при ударном характере взаимодействия элементов кинематических пар	241
7.3. Динамические эффекты при отсутствии нарушений кинематической связи в зазоре (псевдоудар).....	246
7.4. Математические модели для исследования колебаний, возбуждаемых при псевдоударах в зазорах рычажных механизмов	253
7.4.1. Кривошипно-коромысловый механизм	253
7.4.2. Кривошипно-ползунный механизм	260
7.4.3. Пространственный кривошипно-коромысловый механизм	261
7.5. Критерии эффективности динамической разгрузки при учете зазоров	263
Глава 8. МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ	268
8.1. Модифицированные матрицы перехода.....	268
8.2. Определение частот свободных колебаний и нестационарных коэффициентов форм	274
8.3. Вынужденные колебания	279
8.4. Частотный и модальный анализ систем сложной структуры	282
8.5. Колебания привода при учете динамической характеристики электродвигателя и механических характеристик привода машины.....	286
Глава 9. РЕГУЛЯРНЫЕ КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ РАЗВЕТВЛЕННОЙ СТРУКТУРЫ	290
9.1. Общие сведения о регулярных системах	290
9.2. Модель с сосредоточенными параметрами.....	293
9.3. Модель с распределенными параметрами.....	299

Глава 10. РЕГУЛЯРНЫЕ КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ КОЛЬЦЕВОЙ И РАЗВЕТВЛЕННО-КОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЫ	305
10.1. Модель кольцевой структуры с сосредоточенными параметрами	305
10.2. Модель кольцевой структуры при абсолютно жестком приводе	314
10.3. Модель разветвленно-кольцевой структуры с сосредоточенными параметрами	318
10.4. Континуальная модель многосекционных приводов цикловых машин разветвленно-кольцевой структуры	329
Глава 11. РЕГУЛЯРНЫЕ ЦИКЛОВЫЕ СИСТЕМЫ ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА..	341
11.1. Динамическая модель общего вида	341
11.1.1. Частотный и модальный анализ	341
11.1.2. Вынужденные колебания	351
11.2. Изгибные колебания исполнительного органа, установленного на выходных звеньях идентичных цикловых механизмов	357
11.3. Колебания многосекционных приводов для перемещения массивных исполнительных органов	363
11.4. Крутильно-изгибные колебательные системы разветвленно-кольцевой структуры	370
Глава 12. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ОБМЕН В РЕГУЛЯРНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ЦИКЛОВЫМИ МЕХАНИЗМАМИ. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ	381
12.1. Краткие сведения о переносе энергии в колебательных системах	381
12.2. Компьютерное моделирование колебаний регулярных цикловых систем при учете зазоров и диссипативных сил..	388
12.2.1. Крутильная система кольцевой структуры	389
12.2.2. Крутильно-изгибная система разветвленно-кольцевой структуры	393
12.3. Пространственная локализация колебаний	397
12.3.1. Параметрический анализ результатов компьютерного моделирования	397
12.3.2. Анализ факторов, влияющих на пространственную локализацию	399
ПРИЛОЖЕНИЕ. МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ...	409
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	416

ЦИКЛОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМАХ

*1.1.1. Функциональные особенности
цикловых механизмов*

Для формирования нелинейной функции положения выходных звеньев в машинах и автоматических линиях широко используются цикловые механизмы (рис. 1.1). Характерной особенностью цикловых механизмов является нелинейность функции положения, трансформирующей координату на «входе» механизма в координату на «выходе». На рис. 1.1 показаны наиболее распространенные разновидности простейших цикловых механизмов: рычажные (рис. 1.1, а–в), кулачковые (рис. 1.1, г), механизмы с некруглыми колесами (рис. 1.1, д), шаговые, среди которых можно выделить мальтийские (рис. 1.1, е), храповые (рис. 1.1, ж) и червячные (рис. 1.1, з).

Возможны различные сочетания указанных механизмов, например кулачково-рычажный, рычажно-шаговый, кулачково-

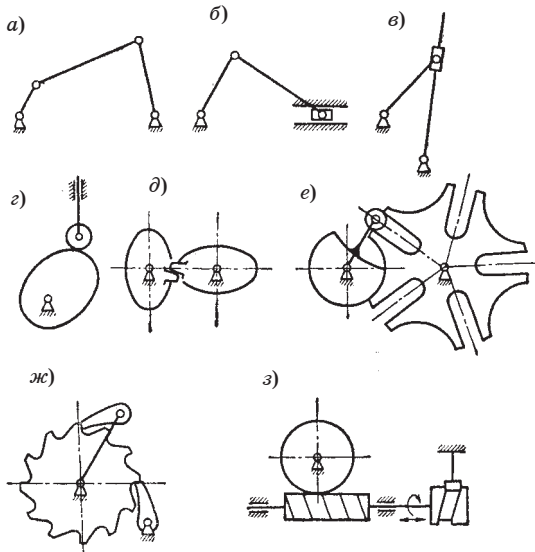


Рис. 1.1. Разновидности цикловых механизмов

шаговый и др. Кроме того, в соответствии с решаемой кинематической задачей эти простейшие механизмы могут быть значительно усложнены известным методом наложения групп Асура [44, 48, 49]. Иногда цикловой механизм шагового типа может быть создан на базе механизма с двумя степенями подвижности, осуществляющего сложение непрерывного равномерного вращательного движения с возвратно-поступательным или колебательным движениями. Пример схемы такого механизма, объединяющего свойства червячной передачи и кулачкового или рычажного механизмов, показан на рис. 1.1, з. В этом случае угловые перемещения червячного колеса, вызванные равномерным вращением червяка, суммируются с дополнительными перемещениями от осевого возвратно-поступательного движения червяка, управляемого, например, кулачковым механизмом. Аналогичную задачу решает дифференциальный механизм, одно из ведущих колес которого вращается равномерно, а второе получает колебательное движение от кулачкового или рычажного механизма.

Итак, все цикловые механизмы могут быть условно разделены на две группы — *реверсивные* и *нереверсивные* — в зависимости от того, равно или не равно нулю среднее значение первой геометрической передаточной функции ведомого звена (см. п. 1.1.2). В первом случае мы имеем возвратно-поступательное или колебательное движение звеньев около неподвижной оси (рис. 1.1, а–з), во втором — движение ведомого звена с отличной от нуля средней скоростью (рис. 1.1, д–з), при котором в каждом цикле происходит смещение ведомого звена на один шаг.

Реализуемые в цикловых механизмах функции положения звеньев могут быть с выстоями (паузами) и без выстоев. По этому признаку различают механизмы *прерывного* и *непрерывного движения*. Кроме того, можно выделить *квазипрерывное движение*, для получения которого в современных машинах широко используются многозвенные рычажные механизмы с приближенным выстоем ведомого звена.

По своему функциональному назначению цикловые механизмы могут быть *исполнительными*, *передаточными*, а также служить для *управления*, *контроля*, *регулирования*, *питания*, *транспортировки*, *сортировки продукции*, *автоматического счета изделий* и т. п. Независимо от выполняемой операции каждый из этих механизмов может играть весьма ответственную роль в машине и подвергаться значительным динамическим нагрузкам, поэтому с позиций динамического расчета деление механизмов по функциональному признаку обычно не является определяю-

щим. Иногда с функциональным назначением механизма связаны некоторые особые требования к уровню допускаемых динамических искажений законов движения, динамических нагрузок и т. п., что должно быть учтено при синтезе механизма. Кинематические и конструктивные особенности различных разновидностей цикловых механизмов подробно рассмотрены как в учебных пособиях по курсу теории механизмов и машин [44, 48, 49], так и в специальных монографиях.

Ниже излагается первый этап синтеза закона движения, основанный на рассмотрении так называемой идеальной кинестатической модели, в которой исключены из рассмотрения зазоры и погрешности изготовления, а все звенья приняты в качестве абсолютно твердых тел. В дальнейшем эти законы будут скорректированы с учетом упругости звеньев (см. гл. 4, 5). Возможность варьирования законов программного движения вытекает из того обстоятельства, что кинематические требования к механизму обычно не обуславливают однозначно законов движения его звеньев и оставляют возможность их выбора по некоторым критериям динамического характера. Такая ситуация возникает, в частности, при решении задачи позиционирования, когда кинематические требования к механизму сводятся к перемещению выходного звена (рабочего органа) из данного начального в заданное конечное положение.

Независимо от выполняемой операции эти механизмы, как правило, играют весьма ответственную роль в машине, поэтому к их надежности и точности предъявляются высокие требования. Трудности, возникающие при выполнении этих требований, связаны с тем, что при нелинейной функции положения динамические условия оказываются более напряженными, чем при линейной, так как выходные звенья цикловых механизмов перемещаются с переменной скоростью; это часто приводит к возникновению весьма значительных инерционных нагрузок. Кинематические требования, а следовательно, и связанные с ними динамические характеристики могут быть реализованы в различных цикловых механизмах отнюдь не в равной степени. Например, в кулачковых механизмах профилированием рабочих поверхностей кулачков можно непосредственно подчинить движение выходного звена заданному закону движения. В рычажных же механизмах геометрические характеристики, по существу, заложены в их схеме, поэтому рациональным выбором конечного числа параметров можно лишь приблизиться к заданному эталону.

Если бы при сопоставлении динамических показателей цикловых механизмов мы основывались только на программных

законах движения, не принимая во внимание возможности их практической реализации, то четко выявились бы преимущества кулачкового механизма, обладающего большими возможностями при синтезе для учета геометрически обусловленных динамических факторов. Однако во многих случаях важную роль играют динамические эффекты, вызванные ошибками изготовления и сборки механизма. Здесь приходится принимать во внимание, что рабочие поверхности элементов низших кинематических пар, используемых в рычажных механизмах, весьма просты и по сравнению со сложными профилями кулачков могут быть изготовлены точнее. С другой стороны, сложные законы движения, осуществляемые с помощью кулачковых механизмов исключительно просто, при применении рычажных механизмов обычно могут быть реализованы лишь при большом числе звеньев. При этом растут массы, габаритные размеры, зазоры, что в целом отрицательно сказывается на динамике механизма. Итак, не конкретизируя задачи, можно утверждать лишь одно: чем проще закон движения, тем более ощутимы преимущества рычажных механизмов перед кулачковыми.

Поскольку с помощью кулачковых механизмов закон программного движения может быть принципиально воспроизведен теоретически точно, при дальнейшем изложении будем ориентироваться именно на этот класс механизмов. Полученные при этом законы движения могут быть использованы в качестве эталонов для приближенного метрического синтеза рычажных механизмов, а также при решении задачи позиционирования рабочих органов средствами программного управления [11, 33].

Движения исполнительных органов, обеспечивающие выполнение заданных технологических или транспортных операций, называются *программными*. Программные движения оказывают существенное влияние на уровень возбуждаемых колебаний, поэтому задача снижения виброактивности машин тесно сопрягается с проблемой формирования оптимальных законов движения.

1.1.2. Функция положения и геометрические передаточные функции

Будем понимать под *идеальным механизмом* его кинестатическую модель при абсолютно точном воспроизведении заданных характеристик, т. е. такой абстрактный механизм, в котором звенья не деформируются, отсутствуют зазоры и погрешности

изготовления. Если такой механизм имеет одну степень подвижности, то положение любого звена механизма однозначно определяется в зависимости от угла поворота входного звена φ_1 . Для определенности примем, что звено n совершает вращательное или поступательное движение, описываемое одной координатой φ_n . Тогда

$$\varphi_n = \Pi_n(\varphi_1), \quad (1.1)$$

где Π_n — функция положения звена n .

Рассмотрим следующие функции, полученные дифференцированием (1.1):

$$\Pi'_n = \frac{d\Pi_n}{d\varphi_1}; \quad \Pi''_n = \frac{d^2\Pi_n}{d\varphi_1^2}; \quad \Pi'''_n = \frac{d^3\Pi_n}{d\varphi_1^3},$$

которые называются соответственно *первой, второй и третьей геометрическими передаточными функциями*, либо аналогами скоростей, ускорений и ускорений второго порядка [44, 48, 49, 50, 58]. Если φ_1 отвечает угловой координате, то размерность передаточных функций совпадает с размерностью Π_n .

Плоскопараллельное движение звена может быть описано тремя функциями положения, фиксирующими угловую координату звена и положение одной из его точек. Связь геометрических характеристик Π'_n , Π''_n , Π'''_n с кинематическими $\dot{\varphi}_n = d\varphi_n / dt$; $\ddot{\varphi}_n = d^2\varphi_n / dt^2$; $\ddot{\varphi}_n = d^3\varphi_n / dt^3$ определяется следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_n &= \Pi'_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_n &= \Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 + \Pi'_n(\varphi_1)\ddot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_n &= \Pi'''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^3 + 3\Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1\ddot{\varphi}_1 + \Pi'_n(\varphi_1)\ddot{\varphi}_1. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Структура выражений (1.2) свидетельствует о том, что при использовании передаточных функций имеет место четкое разделение геометрических и кинематических характеристик, описывающих движение рассматриваемого звена механизма. В частном случае в зубчатых механизмах с постоянным передаточным отношением функция положения линейна. Как следует из зависимостей (1.2), в этом случае $\dot{\varphi}_n = \Pi'_n\dot{\varphi}_1$; $\ddot{\varphi}_n = \Pi'_n\ddot{\varphi}_1$; $\ddot{\varphi}_n = \Pi'_n\ddot{\varphi}_1$, причем коэффициентом пропорциональности здесь служит первая передаточная функция. Если к тому же входное звено движется с постоянной скоростью $\dot{\varphi}_1 = \text{const}$, то и выходное звено будет перемещаться равномерно. Следовательно, возникновение инерционных нагрузок в подобных механизмах возможно только за

счет нарушения условий $\dot{\phi}_1 = \text{const}$ или $\Pi'_n = \text{const}$ из-за ошибок при изготовлении и других погрешностей.

1.1.3. Простейшие критерии динамического синтеза

При нелинейной функции положения, свойственной так называемым цикловым механизмам — кулачковым, рычажным, шаговым и т. п., динамические условия работы оказываются более напряженными по сравнению с механизмами с линейной функцией положения. Даже в идеальном цикловом механизме в силу $\ddot{\phi}_n \neq 0$ возникают инерционные нагрузки, причем нередко весьма значительные. Кроме того, имеет место более невыгодная силовая связь между ведущим и ведомым звеньями.

Если, например, на ведомом звене n приложена сила F , которая на ведущем звене уравнивается моментом M , то в силу равенства работ на возможных перемещениях

$$M = \Pi'_n(\phi_1)F. \tag{1.3}$$

Очевидно, что при $\Pi'_n \neq \text{const}$ даже постоянная сила F приводит к возникновению на входном звене переменного момента, способного возбуждать вынужденные колебания привода.

Представляет интерес еще один частный случай. Пусть сила F является силой инерции ведомого звена n . Тогда, принимая для определенности, что ведомое звено совершает поступательное движение, при $\dot{\phi}_1 = \text{const}$ имеем

$$|F| = m\dot{\phi}_1^2 |\Pi''_n|. \tag{1.4}$$

После подстановки в (1.3) получаем

$$|M| = m\dot{\phi}_1^2 |\Pi'_n \Pi''_n|. \tag{1.5}$$

Легко убедиться, что $\Pi'_n \Pi''_n = (m\dot{\phi}_1^3)^{-1} \frac{dT_n}{dt}$, где T_n — кинетическая энергия звена n ; dT_n / dt — кинетическая мощность.

Выражения (1.3)–(1.5) свидетельствуют о том, что геометрические характеристики существенно влияют на динамику механизма. Поэтому экстремальные значения функций $|\Pi'_n|_{\max}$, $|\Pi''_n|_{\max}$, $|\Pi'_n \Pi''_n|_{\max}$ могут быть использованы в качестве простейших динамических критериев, с помощью которых производится сопоставление различных законов движения, а также синтез новых законов, обладающих в определенном смысле оптимальными свой-

ствами. Для контроля за пульсацией инерционных нагрузок на ведомом и ведущем звеньях могут быть использованы критерии:

$$K_1 = P''_{\max} + \xi_1 |P''_{\min}|; K_2 = (P'P'')_{\max} + \xi_2 |(P'P'')_{\min}|. \quad (1.6)$$

Здесь ξ_1 и ξ_2 — некоторые весовые коэффициенты, с помощью которых можно отразить степень важности положительной и отрицательной составляющих.

Вопросы, связанные с определением геометрических характеристик механизмов, освещены во многих монографиях и учебных пособиях, например в [16, 17, 44, 48, 49]. Здесь лишь подчеркнем, что по способу формирования геометрических характеристик механизмы можно разделить на две группы: механизмы дискретного синтеза и механизмы функционального синтеза. К первой группе относят механизмы типа рычажных, у которых при синтезе определению подлежит лишь конечное число параметров. Геометрические характеристики таких механизмов, по сути дела, заложены в их схеме, и поэтому рациональным выбором параметров можно лишь приблизиться к заданной функции положения. Ко второй группе относятся механизмы типа кулачковых, в которых профилированием рабочих поверхностей можно непосредственно реализовать заданную функцию положения. Это во многих случаях существенно расширяет возможности учета динамических факторов при синтезе подобных механизмов.

Приведенные критерии, основанные на геометрических представлениях, разумеется, носят ограниченный характер и не могут исчерпать динамическую задачу (см. гл. 4, 5). Тем не менее их использование оказывается весьма полезным, особенно на начальном этапе решения таких задач.

1.2. ПРОГРАММНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЗВЕНЬЕВ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

1.2.1. Способы получения программных движений

В современных машинах используются два способа формирования законов движения звеньев.

Первый способ широко применяется в цикловых технологических и энергетических машинах, осуществляющих свои функции при установившемся режиме работы, когда скорость двигателя ω после некоторого переходного режима достигает примерно постоянного значения. Для реализации заданных законов

движения, как уже отмечалось, используются так называемые *цикловые механизмы* (рычажные, кулачковые, мальтийские и др.), с помощью которых осуществляется нелинейное преобразование координаты на «входе» $\varphi = \omega t$ в соответствующую координату на «выходе».

При использовании второго способа формирования заданных программных движений обеспечивается с помощью *программного управления* серводвигателей (так называемые электронные кулачки). В подобных случаях механическая система машины обычно имеет более простую структуру, поскольку механизмы осуществляют только линейное преобразование координат, как это имеет место, например, в зубчатых передачах с постоянным передаточным отношением. Другими несомненными преимуществами данного способа являются большая гибкость при настройке, уменьшение масс и моментов инерции, а следовательно, и динамических нагрузок, снижение габаритных размеров конструкции и др. Типичными примерами использования электронных кулачков являются современные упаковочные, полиграфические, текстильные машины, сборочные автоматы, деревообрабатывающие станки и др. В то же время использование этого способа иногда затруднено в тех случаях, когда технологический процесс или транспортная операция требует точной цикловой синхронизации с другими исполнительными органами. Подобная задача в скоростных машинах обычно более надежно решается посредством установки входных звеньев цикловых механизмов на достаточно жестком распределительном валу.

Редко задача программного управления решается человеком-оператором, например, при управлении транспортными машинами (автомобилями, подъемными кранами, некоторыми видами промышленных роботов и др.)

Ниже мы ограничимся в основном анализом динамических процессов, реализуемых непосредственно в механической системе.

1.2.2. Структура закона движения. Безразмерные характеристики

Независимо от специфических требований, предъявляемых к цикловому механизму, и его функционального назначения в конкретной машине он должен удовлетворять ряду общих динамических условий. Чаще всего это — требование плавности движения, исключающее возможность нарушения непрерывности функции положения Π и первой геометрической передаточной

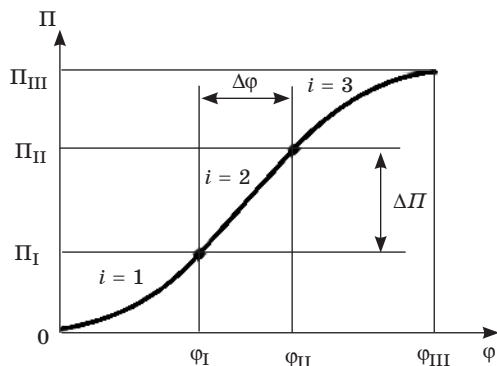


Рис. 1.2. График функции положения

функции Π' . При этом достаточно общей оказывается трехпериодная структура интервала движения, при которой перемещение выходного звена в одном направлении (прямой или обратный ход) рассматривается как совокупность трех участков (рис. 1.2): разбега $i = 1$, равномерного движения $i = 2$ и выбега $i = 3$. (В целях упрощения записи индексы при геометрических характеристиках, указывающие номер звена, в дальнейшем будут опущены.)

При синтезе законов движения целесообразно воспользоваться аппаратом безразмерных характеристик. Введем в рассмотрение следующие функции:

$$\frac{\varphi}{\varphi_I} = \tau_1; \quad \frac{\Pi}{\Pi_I} = \theta_1(\tau_1) \quad \text{при } \varphi \in [0, \varphi_I]; \quad (1.7)$$

$$\frac{\varphi_{III} - \varphi}{\varphi_{III} - \varphi_{II}} = \tau_3; \quad \frac{\Pi_{III} - \Pi}{\Pi_{III} - \Pi_{II}} = \theta_3(\tau_3) \quad \text{при } \varphi \in [\varphi_{II}, \varphi_{III}].$$

Функции $\tau_1 = 0, \theta_1 = 0$ при $\varphi = 0$; $\tau_1 = 1, \theta_1 = 1$ при $\varphi = \varphi_I$; $\tau_3 = 1, \theta_3 = 1$ при $\varphi = \varphi_{III}$; $\tau_3 = 0, \theta_3 = 0$ при $\varphi = \varphi_{II}$. Таким образом, графики безразмерных характеристик $\theta_1(\tau_1)$ и $\theta_3(\tau_3)$ вписываются в квадрат со сторонами, равными единице. Если на разбеге и выбеге принят один и тот же тип закона движения, то функции θ_1 и θ_3 совпадают. Функции положения и геометрические передаточные функции, выраженные через безразмерные характеристики, приведены в табл. 1.1.

Очевидно, что изменением функций $\Pi, \Pi' = d\Pi/d\varphi, \Pi'' = d^2\Pi/d\varphi^2$ управляют функциями $\theta_i, \theta'_i = d\theta_i/d\tau_i, \theta''_i = d^2\theta_i/d\tau_i^2$; остальные параметры играют роль масштабных факторов. Таким образом, если введением геометрических передаточных функций

Функции положения и геометрические передаточные функции

Функция	Разбег	Участок постоянной скорости	Выбег
П	$\Pi_I \theta_1(\tau_1)$	$\Pi_I + \frac{\Pi_{II} - \Pi_I}{\Phi_{II} - \Phi_I} (\varphi - \Phi_I)$	$\Pi_{III} - (\Pi_{III} - \Pi_{II}) \theta_3(\tau_3)$
П'	$\frac{\Pi_I}{\Phi_I} \theta'(\tau_1)$	$\frac{\Pi_{II} - \Pi_I}{\Phi_{II} - \Phi_I}$	$\frac{\Pi_{III} - \Pi_{II}}{\Phi_{III} - \Phi_{II}} \theta'_3(\tau_3)$
П''	$\frac{\Pi_I}{\Phi_I^2} \theta''(\tau_1)$	0	$-\frac{\Pi_{III} - \Pi_{II}}{(\Phi_{III} - \Phi_{II})^2} \theta''_3(\tau_3)$

было произведено разделение геометрических и кинематических факторов, то при введении безразмерных характеристик из передаточной функции оказались выделенными масштабные факторы $\Phi_I, \Phi_{II}, \Phi_{III}, \Pi_I, \Pi_{II}, \Pi_{III}$, с помощью которых принятые безразмерные характеристики закона движения «деформируются» по осям φ и Π . В дальнейшем эти масштабные факторы будем называть *структурными параметрами* закона движения.

Для исключения ударов в начале и конце хода потребуем $\Pi'(0) = 0$ и $\Pi'(\varphi_{III}) = 0$, а следовательно, $\theta'_i(0) = 0$ и $\Pi'(\varphi_{III}) = 0$ ($i = 1; 3$). При $\tau_i = 1$ функция $\theta'_i(\tau_i)$ достигает своего максимального значения θ'_{\max} . Легко убедиться, что константа θ'_{\max} показывает, во сколько раз максимальная скорость на рассматриваемом участке выше средней скорости. Функция $\theta''_i(\tau_i)$ в зависимости от выбранного закона движения может достичь своего максимального значения при различных значениях τ_i . Отношение $\theta''_{\max} / \theta'_{\max}$ показывает, во сколько раз максимальное ускорение на данном участке выше среднего значения.

В табл. 1.2 приведены расчетные зависимости и константы, для распространенного в инженерной практике семейства безразмерных характеристик, известного под названием «модифицированная трапеция общего вида».

Для этого типа закона движения график функции $\theta''(\tau)$ представляет собой трапецию, у которой боковые стороны образованы отрезками синусоиды (рис. 1.3).

Проекции боковых сторон определяются параметрами s_1

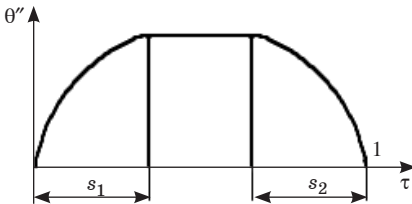


Рис. 1.3. График безразмерной характеристики $\theta''(\tau)$

Таблица 1.2

Безразмерные характеристические функции закона движения

Функции и константы	$0 \leq \tau \leq s_1$	$s_1 \leq \tau \leq 1 - s_2$	$1 - s_2 \leq \tau \leq 1$
θ	$\frac{2s_1}{\pi} \theta''_{\max} \times \left(\tau - \frac{2s_1}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{2s_1} \right)$	$\theta''_{\max} \left[\frac{\tau^2}{2} - s_1 \tau \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) \right]$	$\theta''_{\max} \left\{ \frac{4s_2^2}{\pi^2} \left[1 - \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right] + b_1 (\tau_1 - 1 + s_2) + b_2 \right\}$
θ'	$\frac{2s_1}{\pi} \theta''_{\max} \left(1 - \cos \frac{\pi\tau}{2s_1} \right)$	$\theta''_{\max} \left[\tau - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \right]$	$\theta''_{\max} \left[b_1 + \frac{2s_2}{\pi} \cos \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right]$
θ''	$\theta''_{\max} \sin \frac{\pi\tau}{2s_1}$	θ''_{\max}	$\theta''_{\max} \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2}$
$\theta'_{\max}; \theta''_{\max}$	$\theta'_{\max} = \frac{\pi(2s_2 + b_1\pi)}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)}; \theta''_{\max} = \frac{\pi^2}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)}$		
$(\theta'\theta'')_{\max}$	$(\theta'\theta'')_{\max} = (\theta''_{\max})^2 \sqrt{1 - b_3^2} \left[\frac{2s_2}{\pi} b_3 + b_1 \right]$		
$b_1; b_2$	$b_1 = 1 - s_2 - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right); b_2 = (1 - s_2) \left(\frac{1}{2} - \frac{s_2}{2} - s_1 + \frac{2s_1}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right)$		
b_3	$b_3 = \frac{1}{4} \left(-\frac{\pi}{2s_2} b_1 + \sqrt{\frac{\pi^2}{4s_2^2} b_1^2 + 8} \right)$		

и s_2 , которыми можно эффективно управлять законом программного движения. При $s_1 = 0$ и $s_2 = 0$ имеем так называемый прямоугольный закон ускорений; при $s_1 = s_2 = 0,5$ — синусоидальный; при $s_1 = 0, s_2 = 1$ — косинусоидальный.

Большое распространение получил закон равнобокой трапеции при $s_1 = s_2 = 0,25$ (подробнее о влиянии параметров s_1, s_2 см. п. 4.1.3).

Из всех возможных законов самым малым значением $\theta'_{\max} = 2$ обладает прямоугольный закон ускорений. Однако при этом законе ускорения имеют разрывы непрерывности (мягкие удары), что приводит к возбуждению интенсивных колебаний (см. п. 4.1.3). Однако не всякий скачок, заложенный в функции θ'' , обязательно приводит к мягкому удару. Например, если толкатель кулачного механизма перемещается без выстоя, то можно на границе прямого и обратного ходов застыковать ускорения без скачка, не требуя, чтобы в точке стыкования ускорения были равны нулю. Окончательное суждение о приемлемости и достоинствах того или иного закона движения должно основываться на учете характеристик конкретной колебательной системы (см. гл. 4).

1.2.3. Общие свойства безразмерных констант законов движения

Свойство 1. Константа θ'_{\max} обратно пропорциональна величине $1 - \tau_*$, где τ_* — абсцисса центра тяжести площади фигуры, ограниченной графиком $\theta''(\tau)$ и осью абсцисс (см. рис. 1.3). Для доказательства этого положения найдем τ_* :

$$\tau_* = \frac{\int_0^1 \tau \theta''(\tau) d\tau}{\int_0^1 \theta''(\tau) d\tau} = \frac{\theta'_{\max} - 1}{\theta'_{\max}}. \quad (1.8)$$

Из (1.8) следует

$$\theta'_{\max} = 1 / (1 - \tau_*). \quad (1.9)$$

Очевидно, что для всех симметричных эпюр $\theta'(\tau)$ $\tau_* = 0,5$, а следовательно, $\theta'_{\max} = 2$.

Свойство 2. Константа θ''_{\max} прямо пропорциональна константе θ'_{\max} и обратно пропорциональна коэффициенту заполнения σ . Под коэффициентом заполнения σ будем понимать отношение площади фигуры, ограниченной графиком θ''_{\max} и осью абсцисс, к площади описанного прямоугольника (см. рис. 1.3). Итак,

$$\sigma = \int_0^1 \theta'' d\tau / \theta''_{\max} = \theta'_{\max} / \theta''_{\max}.$$

Отсюда следует:

$$\theta''_{\max} = \theta'_{\max} / \sigma = (1 - \tau_*)^{-1} \sigma^{-1}. \quad (1.10)$$

Поскольку $\sigma_{\max} = 1$, минимальное значение $\theta''_{\max} = 2$ реализуется при прямоугольном законе изменения ускорений. Область существования решений соответствует очевидным ограничениям $\sigma \leq 1$, $\theta'_{\max} > 1$, $\theta''_{\max} \geq 2$.

На данном этапе будем считать функции $\theta(\tau)$ заданными. К вопросам, связанным с рациональным выбором безразмерных характеристик, мы еще вернемся в п. 1.2.4 и 4.1.3.

1.2.4. Определение структурных параметров для типовых задач синтеза закона движения

Перечисленные выше шесть параметров не могут быть заданы произвольно, так как они во избежание ударов должны быть связаны двумя условиями непрерывности первой геометрической передаточной функции Π'' на границах участков, т. е. при $\varphi = \varphi_I$ и $\varphi = \varphi_{II}$:

$$\frac{\Pi_I}{\varphi_I} \theta'_{1 \max} = \frac{\Pi_{II} - \Pi_I}{\varphi_{II} - \varphi_I}; \quad \frac{\Pi_{II} - \Pi_I}{\varphi_{II} - \varphi_I} = \frac{\Pi_{III} - \Pi_{II}}{\varphi_{III} - \varphi_{II}} \theta'_{3 \max}. \quad (1.11)$$

При $\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_{III}$ аналогичные условия удовлетворяются тем, что $\theta'_i(0) = 0$. Таким образом, для однозначного решения задачи синтеза закона движения кроме безразмерных характеристик следует задать четыре дополнительных условия, исходя из конкретных условий.

Рассмотрим ряд типовых задач синтеза законов программного движения. Предварительно введем несколько безразмерных параметров, характеризующих относительную величину участка постоянной скорости:

$$\zeta_n = (\Pi_{II} - \Pi_I) / \Pi_{III}; \quad \zeta_\varphi = (\varphi_{II} - \varphi_I) / \varphi_{III}, \quad (1.12)$$

а также коэффициент асимметрии закона движения

$$f = (\varphi_{III} - \varphi_{II}) / \varphi_I. \quad (1.13)$$

При $f = 1$ длительности разбега и выбега равны.

З а д а ч а 1. Дано: Π_{III} , φ_{III} , f , ζ_n .

На основании (1.11) при учете (1.12) и (1.13) после элементарных выкладок получаем:

$$\begin{aligned}\Pi_I &= \Pi_{III}(1 - \zeta_n) / (1 + v_1 f); \quad \Phi_I = \Phi_{III}(1 - \zeta_\varphi) / (1 + f); \\ \Pi_{II} &= \Pi_{III}(1 + v_1 f \zeta_n) / (1 + v_1 f); \quad \Phi_{II} = \Phi_{III}(1 + f \zeta_\varphi) / (1 + f),\end{aligned}\quad (1.14)$$

где $v_1 = \theta'_{1 \max} / \theta'_{3 \max}$.

Теперь остается определить неизвестный параметр ζ_φ . После подстановки (1.14) в (1.12) запишем

$$\frac{\zeta_n}{\zeta_\varphi} = \frac{(1 - \zeta_n)(1 + f)}{(1 + v_1 f)(1 - \zeta_\varphi)} \theta'_{1 \max}.$$

Решая это уравнение относительно ζ_φ , имеем

$$\zeta_\varphi = \frac{\zeta_n}{\zeta_n + U(1 - \zeta_n)\theta'_{1 \max}},\quad (1.15)$$

где $U = (1 + f) / (1 + v_1 f)$.

Если на разбеге и выбеге принят один и тот же тип закона движения, то $\theta'_{1 \max} = \theta'_{3 \max}$, $v_1 = 1$, а следовательно, $U = 1$. Выражения (1.14) и (1.15) однозначно определяют решение задачи. Если вместо параметра ζ_n задан ζ_φ , уравнение (1.15) следует решать относительно ζ_n .

Конкретизируем для рассматриваемой задачи простейшие динамические критерии, приведенные в начале этого параграфа:

$$\Pi'_{\max} = \frac{\Pi_I}{\Phi_I} \theta'_{1 \max} = \frac{\Pi_{III} - \Pi_{II}}{\Phi_{III} - \Phi_{II}} \theta'_{3 \max};\quad (1.16)$$

для разбега

$$\Pi''_{\max} = \frac{\Pi_I}{\Phi_I^2} \theta''_{1 \max}; \quad (\Pi' \Pi'')_{\max} = \frac{\Pi_I^2}{\Phi_I^3} (\theta'_1 \theta''_1)_{\max};\quad (1.17)$$

для выбега

$$\begin{aligned}|\Pi''|_{\max} &= \frac{\Pi_{III} - \Pi_{II}}{(\Phi_{III} - \Phi_{II})^2} \theta''_{3 \max}; \\ |\Pi' \Pi''|_{\max} &= \frac{(\Pi_{III} - \Pi_{II})^2}{(\Phi_{III} - \Phi_{II})^3} (\theta'_3 \theta''_3)_{\max}.\end{aligned}\quad (1.18)$$

Согласно формулам (1.11) структурные параметры в общем случае также зависят от констант безразмерных характеристик $\theta'_{1 \max}$, $\theta'_{3 \max}$, поэтому характер их влияния на данные критерии отнюдь не столь очевиден, как это следует формально из выраже-

ний (1.16)—(1.18). Лишь в самом простом случае, когда отсутствует участок постоянной скорости $\zeta_n = \zeta_\varphi = 0$ и $\theta'_{1 \max} = \theta'_{3 \max}$ ($v_1 = 1$), получаем, что рассматриваемые критерии пропорциональны соответствующим безразмерным константам.

С увеличением участка постоянной скорости значение Π'_{\max} убывает, а $|\Pi''_{\max}|$ обычно растет. В предельном случае, когда $\varphi_I = 0$, $\varphi_{II} = \varphi_{III}$ ($\zeta_n = \zeta_\varphi = 1$), имеем $\min \Pi'_{\max} = \Pi_{III} / \varphi_{III}$; остальные критерии неограниченно возрастают. Встречный характер влияния ζ_n (или ζ_φ) на Π'_{\max} и $|\Pi''_{\max}|$ свидетельствует о том, что при определенном значении участка постоянной скорости, отличном от нуля, имеет место минимум критерия $|\Pi' \Pi''|_{\max}$, который пропорционален динамической составляющей движущего момента.

Проиллюстрируем это на примере, в котором примем законы движения на разбеге и выбеге одинаковыми, а графики $\theta'_{1,3 \max}$ ($\tau_{1,3}$) — симметричными ($\tau_* = 0,5$); при этом $f = 1$, $\theta'_{\max} = 2$, $v_1 = 1$. На основании (1.15) имеем $\zeta_\varphi = \zeta_n / (2 - \zeta_n)$. Тогда на разбеге и выбеге

$$|\Pi' \Pi''|_{\max} = \frac{\Pi_{III}^2 (2 - \zeta_n)^3}{8 \varphi_{III}^3 (1 - \zeta_n)} (\theta' \theta'')_{\max}.$$

Легко убедиться в том, что минимуму этой функции при варьировании параметра ζ_n отвечает значение $\zeta_n = 1/2$; при этом $\zeta_\varphi = 1/3$. Подстановка этих значений в (1.16)—(1.18) показывает, что за счет введения участка постоянной скорости величина $|\Pi' \Pi''|_{\max}$ понизилась на 15,6 %, Π'_{\max} — на 25 % при увеличении $|\Pi''|_{\max}$ на 12,5 %.

Характер влияния коэффициента асимметрии f будет проанализирован при рассмотрении следующей задачи.

З а д а ч а 2. Дано: Π_{III} , φ_{III} , ζ_n (или ζ_φ), $\lambda = \Pi'_{1 \max} / |\Pi''_{3 \max}|$. Запишем отношение экстремальных значений ускорений на разбеге и выбеге (см. табл. 1.1):

$$\lambda = \frac{\Pi_I (\varphi_{III} - \varphi_{II})^2}{(\Pi_{III} - \Pi_{II}) \varphi_I^2} v_2, \quad (1.19)$$

где $v_2 = \theta''_{1 \max} / \theta''_{3 \max}$.

Согласно (1.13), (1.14) имеем $(\varphi_{III} - \varphi_{II})^2 / \varphi_I^2 = f^2$, $(\Pi_{III} - \Pi_{II}) / \Pi_I = f v_1$. После подстановки в (1.19)

$$\lambda = f v_2 / v_1. \quad (1.20)$$

Итак, параметром λ однозначно определяется коэффициент асимметрии $f = \lambda v_1 / v_2$. Тем самым эта задача сведена к усло-

виям предыдущей. Зависимость (1.20) облегчает анализ влияния параметра f на $|\Pi''|_{\max}$. При учете (1.14), (1.17), (1.20) имеем

$$\Pi''_{\max} = \frac{\Pi_{\text{III}}(1 - \zeta_n)(1 + f)U\theta''_{1\max}}{(1 - \zeta_\varphi)^2}; \quad |\Pi'''|_{\max} = \frac{v_1 \Pi'_I \max}{fv_2}. \quad (1.21)$$

С увеличением параметра f экстремальное значение второй передаточной функции на разбеге растет, а на выбеге убывает. Для выбора оптимального значения этого параметра можно воспользоваться условием минимума критерия K_1 или K_2 [см. формулы (1.6)]. Например, при $v_1 = 1$, подставив (1.21) в (1.6) и выделив в выражении для K_1 сомножители, зависящие от f , запишем

$$\Phi(f) = (1 + f)[1 + \xi_1 f / (v_2 f)].$$

Условие $d\Phi / df = 0$ дает оптимальное значение коэффициента асимметрии

$$f_{\text{опт}} = \sqrt{\xi_1 / v_2},$$

при котором пульсация инерционных нагрузок будет наименьшей.

При $v_1 \neq 1$ условия $\min K_1, \min K_2$ имеют громоздкий вид, поэтому в общем случае при оптимизации параметра f удобнее пользоваться численными методами. Заметим, однако, что коэффициент U , входящий в (1.21), слабо зависит от f . Так, при увеличении f от 0 до ∞ коэффициент $U(f)$ монотонно изменяется от 1 до v_1^{-1} .

З а д а ч а 3. Дано: $\Pi_{\text{III}}, \Phi_{\text{III}}, \lambda, \Pi'_{\max}$.

Такая задача возникает в тех случаях, когда рабочий орган должен перемещаться на некотором участке с заданной постоянной скоростью или при заданном постоянном соотношении скоростей входного и выходного звеньев. В качестве примера подобной ситуации можно привести синтез закона движения листоразгоняющего устройства печатных машин, механизма раскладки нити текстильных машин, механизмов подачи инструмента станков-автоматов и др.

На рис. 1.4, а приведена типовая схема листоразгоняющего механизма (форграйфера) листовой печатной машины. Рычаг 4, являющийся ведомым звеном кулачково-рычажного механизма (звенья 1-4), своими клапанами 6 схватывает лист 5 в состоянии покоя, разгоняет его до постоянной окружной скорости печатного цилиндра 7 и передает его в клапаны цилиндра. При этом фиксируется значение $\Pi'_{\max} = R_2 / R_1$, где R_1, R_2 — радиусы цилиндра и рычага, и в функции положения появляется участок постоянной скорости (рис. 1.4, б).

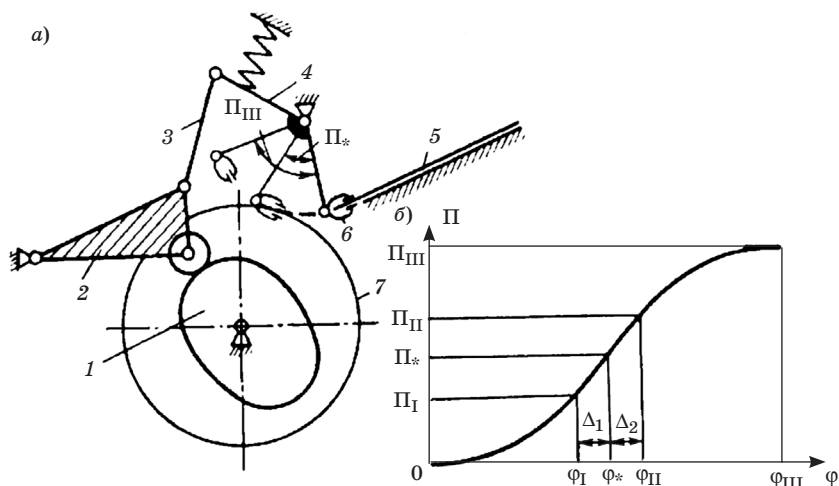


Рис. 1.4. Кинематическая схема и график функции положения механизма форграйфера

Поскольку в этой задаче, в отличие от предыдущих, задано максимальное значение первой геометрической передаточной функции, приходится отказаться от задания относительной величины участка постоянной скорости, определяемой параметрами ζ_n или ζ_φ . Из (1.7), (1.8) следует очевидное соотношение

$$\zeta_n / \zeta_\varphi = \overline{P}'_{\max} / \overline{P}' > 1, \quad (1.22)$$

где $\overline{P}' = \Pi_{III} / \varphi_{III}$ — среднее значение первой геометрической передаточной функции на всем интервале движения ($\overline{P}' < P'_{\max}$).

Решая систему уравнений (1.15) и (1.22) относительно ζ_n , находим

$$\zeta_n = \frac{\theta'_{1 \max} U - \overline{P}'_{\max}}{\theta'_{1 \max} U - 1}. \quad (1.23)$$

После определения по формуле (1.23) параметра ζ_n исходные условия отвечают задаче 2. Условия существования решений определяются следующими очевидными требованиями: $0 \leq \zeta_n \leq 1$. При $\zeta_n = 0$ участок постоянной скорости на графике $\Pi(\varphi)$ (рис. 1.4, б) стягивается в точку; при $\zeta_n \rightarrow 1$ исчезают участки разбега и выбега, что приводит к удару в начале и конце хода. Приведенные условия накладывают следующие ограничения на исходные данные:

$$\Pi_{III} < \varphi_{III} P'_{\max} \leq \Pi_{III} U \theta'_{1 \max}. \quad (1.24)$$

Нередко исходные условия синтеза закона движения таковы, что наряду с заданным максимальным значением первой геометрической передаточной функции Π'_{\max} определенным образом фиксируется протяженность участка постоянной скорости. Это дополнительное требование может быть выполнено, если исключить из исходных данных ход рабочего органа Π_{III} или соответствующий ему фазовый угол φ_{III} .

На основании формул (1.14), (1.23) в первом случае находим

$$\Pi_{III} = \frac{1 + \zeta_{\varphi}(\theta'_{1 \max} U - 1)}{\theta'_{1 \max} U} \Pi'_{\max} \varphi_{III}, \quad (1.25)$$

а во втором —

$$\varphi_{III} = \frac{\Pi_{III}}{\Pi'_{\max}} \left[\theta'_{1 \max} U - \zeta_n(\theta'_{1 \max} U - 1) \right]. \quad (1.26)$$

Формулы (1.25) и (1.26) сводят рассматриваемые случаи к исходным условиям задачи 3. При этом остаются в силе условия существования решений, определяемые неравенствами (1.24).

На основании рассмотренных типовых задач синтеза законов программного движения могут быть решены и другие задачи, в которых ряд ранее зафиксированных параметров варьируется на заданном интервале [16].

В заключение подчеркнем, что для объективного сопоставления различных типов законов движения, определяемых функциями $\theta_i(\tau_i)$, следует выразить Π'_{\max} , $|\Pi''_{\max}|$, $|\Pi' \Pi''|_{\max}$ через независимые исходные условия задачи. Как уже отмечалось, при этом нельзя в общем случае судить об этих критериях по одноименным безразмерным константам θ'_{\max} , θ''_{\max} , $(\theta' \theta'')_{\max}$, так как структурные параметры закона движения в числе прочих факторов согласно уравнениям (1.11) зависят от константы $\theta'_{i \max}$. Из этих уравнений, в частности, следует, что непосредственно по одноименным безразмерным константам можно сопоставлять законы движения лишь при одинаковых значениях $\theta'_{i \max}$.

Кроме рассмотренного выше подхода, когда при синтезе мы оперируем одним или несколькими семействами законов движения, сопоставляя их по динамическим критериям, возможен и другой подход, при котором в каждом отдельном случае создается принципиально новый тип закона движения. Такой подход более оправдан при решении специальных задач синтеза уникального характера.