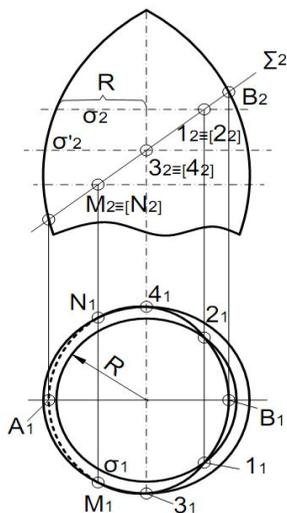


Министерство образования и науки России
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский
технологический университет»

Б.И. Таренко, В.Н. Шекуров, М.Е. Кирягина

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тексты лекций



Казань
Издательство КНИТУ
2014

УДК 515 (076.1)

Таренко Б. И.

Начертательная геометрия : тексты лекций / Б. И. Таренко, В. Н. Шекуров, М. Е. Кирягина; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. – 116 с.

ISBN 978-5-7882-1554-9

Пособие содержит материалы для развития пространственного мышления, чтения и составления наглядных графических изображений. Рассмотрен метод замены плоскостей проекций для решения метрических задач. Представлены способы решения основных позиционных задач.

Предназначено для студентов изучающих дисциплину «Начертательная геометрия».

Подготовлено на кафедре инженерной компьютерной графики и автоматизированного проектирования.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Казанского национального исследовательского технологического университета

Рецензенты: д-р пед. наук, проф. *В. А. Рукавишников* (КГЭУ)

д-р техн. наук, проф. *В. А. Лашков*

Авторы выражают глубокую благодарность бывшему старшему преподавателю кафедры ИКГиАП Тарелкиной Нине Михайловне за помощь, оказанную при подготовке данного пособия

ISBN 978-5-7882-1554-9

© Таренко Б. И., Шекуров В. Н.,

Кирягина М. Е., 2014

© Казанский национальный исследовательский
технологический университет, 2014

Содержание

Тема 1. Введение

Проекция точек и прямых.....	4
Методы проекций.....	6
Центральное и параллельное проецирование.....	8
Комплексный чертеж точки из трех (двух) проекций.....	12
Комплексный чертеж прямой общего положения.....	17
Прямые частного положения.....	19

Тема 2. Взаимное положение прямых

Комплексные чертежи плоскостей.....	23
Проекция прямого угла.....	25
Комплексный чертеж плоскости общего положения.....	26
Плоскости частного положения.....	32

Тема 3. Метрические задачи

Способ прямоугольного треугольника.....	39
Способ замены плоскостей проекций.....	42
Определение расстояния от точки до прямой.....	45

Тема 4. Первая позиционная задача - пересечение различных геометрических образов проецирующими плоскостями.....

Конические сечения.....	49
-------------------------	----

Тема 5. Метрические задачи

Определение угла наклона плоскости общего положения к плоскостям проекций.....	58
Определение расстояния от точки до плоскости.....	63
Определение натуральной величины плоской фигуры.....	71

Тема 6. Геометрические тела

Изображение многогранников.....	74
Кривые поверхности.....	77
Правило для определения видимости.....	78
Изображения линейчатых поверхностей и точек, принадлежащих им.....	79
Изображения поверхностей вращения и точек, принадлежащих им.....	82

Тема 7. Вторая позиционная задача - пересечение прямой линии с различными геометрическими образами.....

.....	86
-------	----

Тема 8. Третья позиционная задача - взаимное пересечение кривых поверхностей геометрических тел.....

.....	96
Способ вспомогательных проецирующих плоскостей.....	97
Способ вспомогательных концентрических сфер.....	100

Тема 9. Особые случаи пересечения кривых поверхностей второго порядка.

Развертки кривых поверхностей. Теорема о двойном прикосновении.....	105
Теорема Монжа.....	107
Основные свойства развертки.....	110

Тема 1

Введение

Проекции точек и прямых.

Начертательная геометрия является той научной дисциплиной, которая помогает развитию пространственных представлений, необходимых не только в технике, но и вообще в практической жизни. Её задача – научить графически выразить свою мысль.

Начертательная геометрия изучает:

- а) методы построения чертежей геометрических образов;*
- б) способы решения на этих чертежах пространственных задач.*

Кроме того, начертательная геометрия тесно связана с техническим черчением. По словам профессора В. И. Курдюмова, чертеж является языком техника, а начертательная геометрия – грамматикой этого языка.

Как и всякая наука, она возникла из практической деятельности человечества. Развитие техники, архитектуры требовало точного изображения предметов на плоскости, т. е. чертежей. Основоположником начертательной геометрии как науки

считается французский геометр и инженер Гаспар Монж (1746-1818гг.). В своем труде «Начертательная геометрия», изданном в 1798 г., Монж дает первое научное изложение общего метода изображения пространственных фигур на плоскости.

Интересно отметить, что Монж открыл свой новый метод, будучи слушателем военно-инженерной школы, при решении задач на дефилирование укреплений и смог напечатать свой труд только через 30 лет, так как начертательная геометрия была в то время объявлена военной тайной.

В России впервые начертательная геометрия была введена в 1810 г. в Петербургском институте железнодорожного транспорта. Этот курс читал профессор Потье, ученик Монжа. С 1818 г. преподавание начертательной геометрии стал вести русский профессор Я. А. Севастьянов, который в 1821 г. издал первый в России учебник по начертательной геометрии на русском языке. Огромная заслуга Я. А. Севастьянова состояла в том, что он ввел русскую терминологию в своем издании. Преемниками Я. А. Севастьянова явились профессора Н. И. Макаров (1824.-1904 гг.), В. И. Курдюков (1853-1904 гг.), Е. С. Федоров (1853-1919 гг.), Н. А. Рынин (1887-1943 гг.), Н. А. Глаголев (1888-1945 гг.), в трудах которых начертательная геометрия получила значительное развитие.

За годы Советской власти стали известны такие профессора, как Н. Ф. Четверухин, В. О. Гордон, Х. А. Арустамов, А. М. Иерусалимский, И. И. Котов, О. В. Локтев и другие. Среди всех ученых особо отмечается деятельность профессора Н. Ф. Четверухина (1891-1974 гг.), который написал много учебников и научных трудов, а также организовал в 1944 г. Московский научно-методический семинар.

В настоящее время начертательную геометрию продолжают преподавать во всех технических вузах России по трудам вышеперечисленных ученых.

Метод проекций.

В начертательной геометрии чертеж является основным средством, с помощью которого изучаются геометрические формы предметов и решаются пространственные задачи. Поэтому к чертежам предъявляются следующие требования:

- 1) чертеж должен быть наглядным и простым с точки зрения его графического выполнения;*
- 2) чертеж должен быть обратимым, чтобы по нему можно было воспроизвести форму и размеры воображаемого предмета.*

Для обеспечения этих требований изображение необходимо строить по определенным геометрическим

правилам, которые позволяли бы переход от искаженных форм на плоскости к действительным формам предмета. Такое изображение на плоскости достигается при помощи метода проецирования, который является основным методом начертательной геометрии.

Чертежи, построенные по методу проецирования, называются проекционными. Изображение предмета на чертеже выполняется по следующим основным правилам (рис. 1.1):

- 1) точка проецируется точкой ($A \rightarrow A'$);*
- 2) прямая l , проходящая через точку и ее проекцию, называется проецирующей;*
- 3) проецирующая прямая является проецирующей для всех точек D, C и т. д., которые называются конкурирующими;*
- 4) проецирующая прямая проецируется в точку;*
- 5) прямая общего вида проецируется также прямой ($AB \rightarrow A'B'$);*
- 6) точки плоскости проекции совпадают со своими проекциями ($M=M'$)*

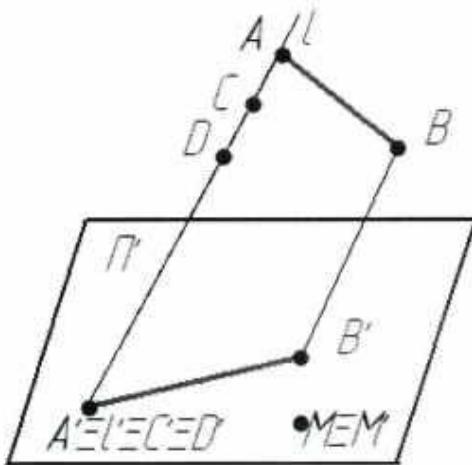


Рис. 11

Центральное и параллельное проецирование.

Существует несколько методов проецирования. Рассмотрим центральное и параллельное.

При центральном проецировании задается плоскость проекции - Π' , центр проекции S и оригинал. Возьмем, например в пространстве точку A и спроецируем её на плоскости Π' (рис. 12). Для построения изображения точки A через центр проекции - S и точку A проводят проецирующую прямую SA , которая в пересечении с плоскостью Π' дает центральную проекцию A' ($A' = SA \cap \Pi'$). Для построения изображения прямой, например AB , достаточно спроецировать две точки прямой, например A и B , и соединить их проекции.

Центральное проецирование обладает большой наглядностью, но значительно искажает форму и размеры предмета.

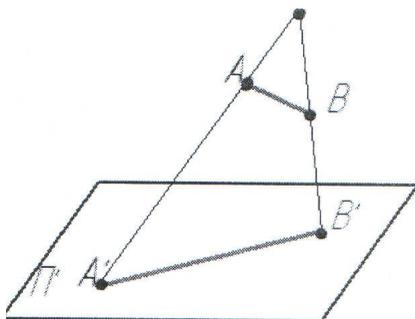


Рис1.2

При параллельном проецировании параллельными называются проецирующие прямые, которые по геометрии Лобачевского пересекаются в бесконечности. Отсюда параллельное проецирование можно рассматривать как частный случай центрального при условии, что центр проекции бесконечно удален. При параллельном проецировании также задается плоскость проекции Π' и направление проецирования S (рис. 1.3).

Для построения изображения точки A через нее проводится проецирующая прямая, параллельная направлению S , которая в пересечении с плоскостью Π' дает проекцию A' ($A \in l \cap \Pi'$)

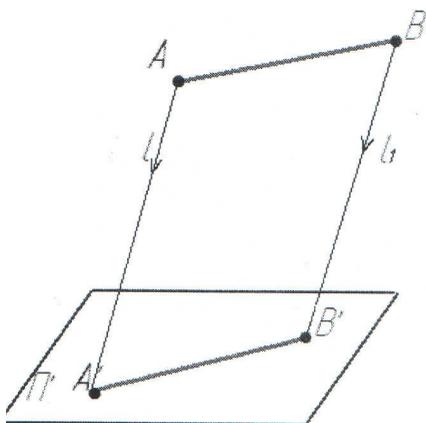


Рис. 13.

Для построения прямой AB спроецирована таким же образом вторая точка B .

Параллельные проекции делятся на косоугольные и прямоугольные. При косоугольном проецировании проецирующие прямые направлены под углом, не равным 90° , а при прямоугольном – под углом 90° . На практике применяются прямоугольные проекции, которые иначе называются ортогональными.

Следует отметить, что рассмотренные проекционные чертежи (рис. 1.1, 1.2, 1.3) не обладают свойством обратимости.

Существует несколько способов построения обратимых чертежей, например, проекция с высотными (или числовыми) отметками, комплексные чертежи.

Комплексным чертежом называется чертеж, состоящий из нескольких связанных между собой ортогональных проекций изображаемого предмета. Причем, для определения простейших геометрических образов на комплексном чертеже вполне достаточно двух проекций. Метод комплексного чертежа был предложен известным ученым Гаспаром Монжем. Сущность предложенного метода заключается в том, что образ, расположенный в пространстве, ортогонально проецируется на три или две взаимно перпендикулярные плоскости, на которых будут отмечаться соответствующие проекции.