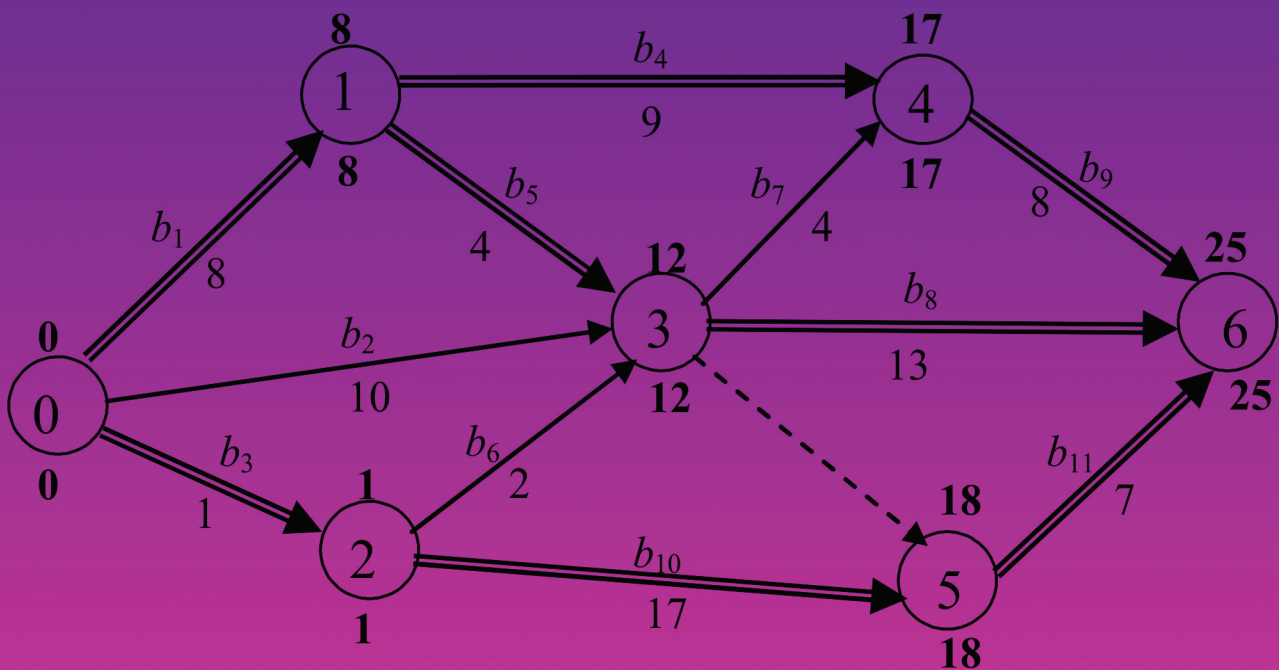


М. А. ПЛЕСКУНОВ

ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Учебное пособие



Министерство образования и науки Российской Федерации

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

М. А. Плескунов

ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

*Рекомендовано методическим советом УрФУ
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по специальностям 231300 – Прикладная математика,
08011 – Маркетинг, 080507 – Менеджмент организации*

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2014

УДК 330.4:339.13(075.8)
ББК 65-32в631я73
ПЗ8

Рецензенты:

Г. А. Тимофеева, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой высшей и прикладной математики Уральского государственного университета путей сообщения;

В. Е. Пак, канд. физ.-мат. наук, зам. директора ИММ УрО РАН

Научный редактор – д-р физ.-мат. наук, проф. А. И. Короткий

Плескунов, М. А.

ПЗ8 **Задачи сетевого планирования** : учебное пособие / М. А. Плескунов. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 92 с.
ISBN 978-5-7996-1167-5

Пособие содержит методы решения основных задач теории сетевого планирования и управления, рассматриваются вопросы построения сетевого графика, отыскания критического пути, расчета резервов времени событий и работ. Даны методы отыскания вероятностных характеристик сетевого планирования для трехпараметрических и двухпараметрических моделей. Приведен алгоритм оптимизации стоимости проекта методом «время – стоимость» и нахождения плана выполнения работ с минимальной стоимостью за минимальное время. В пособие включены варианты индивидуальных заданий, охватывающие все разобранные виды задач.

Библиогр.: 7 назв. Табл. 81. Рис. 19.

УДК 330.4:339.13(075.8)
ББК 65-32в631я73

Учебное издание

Плескунов Михаил Александрович

Задачи сетевого планирования

Подписано в печать 2014. Формат 60×90 1/16. Бумага писчая.
Плоская печать. Усл. печ. л. 5,75. Уч.-изд. л. 2,6. Тираж 100 экз. Заказ № 1157.

Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5
Тел.: 8 (343) 375-48-25, 375-46-85, 374-19-41
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620075, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: 8 (343) 350-56-64, 350-90-13
Факс: 8 (343) 358-93-06
E-mail: press-urfu@mail.ru

ISBN 978-5-7996-1167-5

© Уральский федеральный университет, 2014

ВВЕДЕНИЕ

Сетевое планирование и управление (СПУ) представляет собой систему методов, с помощью которых осуществляется планирование и управление разработкой и осуществлением крупных хозяйственных комплексов, научной и технологической подготовкой производства, строительством новых объектов и реконструкцией старых, научными и конструкторскими исследованиями и проектами, организацией и проведением крупных общественных мероприятий и т. п. Диапазон применения СПУ весьма широк: от задач, касающихся деятельности отдельных лиц, до проектов, включающих сотни организаций и десятки тысяч людей, таких как, например, создание крупного территориально-промышленного комплекса.

Впервые методы сетевого планирования были разработаны и применены в США в конце 50-х годов XX века в строительстве: метод *СРМ* (метод критического пути) и при разработке ракетной системы «Полярис»: метод *PERT* (метод оценки и обзора программ).

В настоящее время методы сетевого планирования и управления успешно используются:

- для создания календарных планов реализации комплекса работ;
- для управления комплексом работ по принципу «ведущего звена» с прогнозированием и предупреждением возможных срывов в ходе работ;
- для распределения ответственности между руководителями разных уровней и исполнителями работ и повышения эффективности управления в целом;
- для выявления и мобилизации резервов времени, а также трудовых, материальных и денежных ресурсов, и оптимизации сроков исполнения и затрат.

Математической основой методов сетевого планирования и управления является отражение производственного процесса (т. е. последовательности выполняемых работ) в виде так называемого сетевого графика, который представляет собой специфический частный вид взвешенного графа, а также определенная совокупность расчетных

методов. В систему СПУ включаются также организационные и контрольные мероприятия по планированию и управлению комплексом работ.

Основными элементами сетевой модели являются *работы* и *события*. Под работой понимается процесс, требующий для своего осуществления затрат определенного времени и ресурсов (материалов, оборудования, исполнителей, финансов, энергии и т. п.). Частным видом работы является *ожидание* – процесс, входящий необходимым элементом в технологию производства, длящийся определенное время и не требующий иных затрат в виде труда или каких-либо ресурсов (например, остывание металла после плавки, просушка после покраски, старение металла, твердение бетона и т. п.).

Особым видом работ являются *фиктивные работы*. Они обозначают логическую связь между работами или группами работ и не требуют затрат ни времени, ни труда, ни материальных ресурсов, продолжительность фиктивной работы считается равной нулю. Фиктивная работа указывает на то, что какая-то работа или группа работ может начаться лишь после того, как завершится какая-то другая (предшествующая) работа или группа работ. Фиктивная работа используется тогда, когда надо отделить друг от друга разные по смысловому содержанию события (окончание и начало работ), которые могут произойти одновременно.

Под событием понимается момент, отражающий определенный этап выполнения проекта, это момент завершения отдельной работы или группы работ и возможность начать новую работу или группу работ. Событие не имеет продолжительности во времени, считается, что событие свершается мгновенно. Среди событий сетевого графика выделяют *исходное (начальное)* событие, обозначающее начало работ (начало осуществления проекта) и *завершающее (конечное)* событие, которое означает окончание всех работ рассматриваемого комплекса (завершение проекта).

События на сетевом графике изображаются кружочками (вершинами графа), а работы – стрелками (дугами ориентированного графа),

при этом фиктивные работы принято изображать пунктирными стрелками.

При построении сетевого графика необходимо соблюдать следующие правила:

1) в сетевом графике должно быть одно исходное (начальное) событие и одно завершающее (конечное) событие. В нем не должно быть других событий (кроме исходного), которым не предшествует хотя бы одна работа; в нем не должно быть также других событий (кроме завершающего), за которыми не следует непосредственно хотя бы одна работа, т. е. не должно быть так называемых «хвостов» и «тупиков»;

2) любые два события сетевого графика должны быть соединены не более чем одной работой (стрелкой); в случае необходимости вводятся фиктивные работы;

3) в сетевом графике не должно быть циклов и петель.

Исходным материалом для сетевого планирования служит список работ с указанием их взаимной последовательности, обусловленности возможного начала одних работ завершением других (опорой одних работ на другие) и продолжительностью выполнения каждой работы. В случае трехпараметрической модели приводится предположительная продолжительность работы в наиболее благоприятных условиях (оптимистический вариант), в наименее благоприятных условиях (пессимистический вариант) и наиболее вероятная продолжительность работы (среднестатистический, нормальный вариант).

Основными задачами сетевого планирования являются:

1) построение сетевого графика и расчет его временных характеристик (метод критического пути);

2) расчет вероятностных показателей для трехпараметрической или двухпараметрической сетевой модели;

3) оптимизация стоимости выполнения проекта.

Рассмотрим подробно методы решения этих задач на модельных примерах.

ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Задача 1

Метод критического пути

Построить сетевой график, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ и коэффициенты напряженности не критических дуг с помощью данных, представленных в таблице.

Работа	Продолжительность работы	Опирается на работы
b_1	5	—
b_2	8	—
b_3	3	—
b_4	6	b_1
b_5	4	b_1
b_6	1	b_3
b_7	2	b_2, b_5, b_6
b_8	6	b_2, b_5, b_6
b_9	3	b_4, b_7
b_{10}	9	b_3
b_{11}	7	b_2, b_5, b_6, b_{10}

Или в компактной записи:

$b_1(5) \rightarrow b_4(6), b_5(4)$; $b_3(3) \rightarrow b_6(1), b_{10}(9)$; $b_2(8), b_5(4), b_6(1) \rightarrow b_7(2), b_8(6)$;
 $b_4(6), b_7(2) \rightarrow b_9(3)$; $b_2(8), b_5(4), b_6(1), b_{10}(9) \rightarrow b_{11}(7)$.

Решение

Сначала строим структурный сетевой график и вводим правильную нумерацию событий (рис. 1):

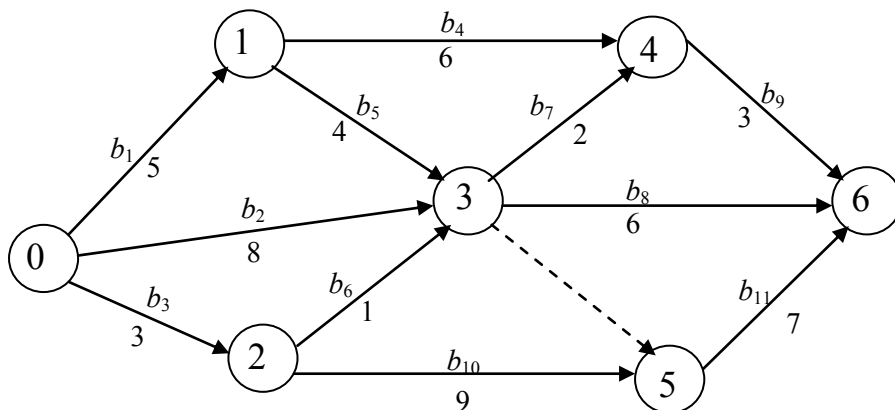


Рис. 1

Наиболее ранние сроки наступления событий находим по формуле

$$T_p(i) = \max_{j < i} \{T_p(j) + t_{ji}\},$$

где максимум берется по всем событиям j , непосредственно предшествующим событию i . Начальному событию присваиваем $T_p(0) = 0$.

Тогда:

$$T_p(1) = T_p(0) + t_{01} = 0 + 5 = 5;$$

$$T_p(2) = T_p(0) + t_{02} = 0 + 3 = 3;$$

$$T_p(3) = \max\{T_p(0) + t_{03}, T_p(1) + t_{13}, T_p(2) + t_{23}\} = \max\{5 + 4, 0 + 8, 3 + 1\} = 9;$$

$$T_p(4) = \max\{T_p(1) + t_{14}, T_p(3) + t_{34}\} = \max\{5 + 6, 9 + 2\} = 11;$$

$$T_p(5) = \max\{T_p(2) + t_{25}, T_p(3) + t_{35}\} = \max\{3 + 9, 9 + 0\} = 12;$$

$$T_p(6) = \max\{T_p(3) + t_{36}, T_p(4) + t_{46}, T_p(5) + t_{56}\} = \max\{9 + 6, 11 + 3, 12 + 7\} = 19.$$

Итак, критическое время $T_{кр} = 19$. Минимальный срок выполнения проекта – 19 дней.

Наиболее поздние сроки наступления событий находим по формуле

$$T_n(i) = \min_{j > i} \{T_n(j) - t_{ij}\},$$

где минимум берется по всем событиям j , непосредственно следующим за событием i . Конечному событию присваиваем наиболее поздний срок наступления, равный критическому времени: $T_n(6) = T_{кр} = 19$.

Тогда:

$$T_n(5) = T_n(6) - t_{56} = 19 - 7 = 12;$$

$$T_n(4) = T_n(6) - t_{46} = 19 - 3 = 16;$$

$$T_n(3) = \min\{T_n(6) - t_{36}, T_n(5) - t_{35}, T_n(4) - t_{34}\} = \min\{19 - 6, 12 - 0, 16 - 2\} = 12;$$

$$T_n(2) = \min\{T_n(5) - t_{25}, T_n(3) - t_{23}\} = \min\{12 - 9, 12 - 1\} = 3;$$

$$T_n(1) = \min\{T_n(4) - t_{14}, T_n(3) - t_{13}\} = \min\{16 - 6, 12 - 4\} = 8;$$

$$T_n(0) = \min\{T_n(3) - t_{03}, T_n(2) - t_{02}, T_n(1) - t_{01}\} = \min\{12 - 8, 3 - 3, 8 - 5\} = 0.$$

Результаты расчетов отразим на сетевом графике. Ранние сроки наступления событий запишем над кружками, изображающими эти события, поздние сроки наступления событий – под кружками (рис. 2).

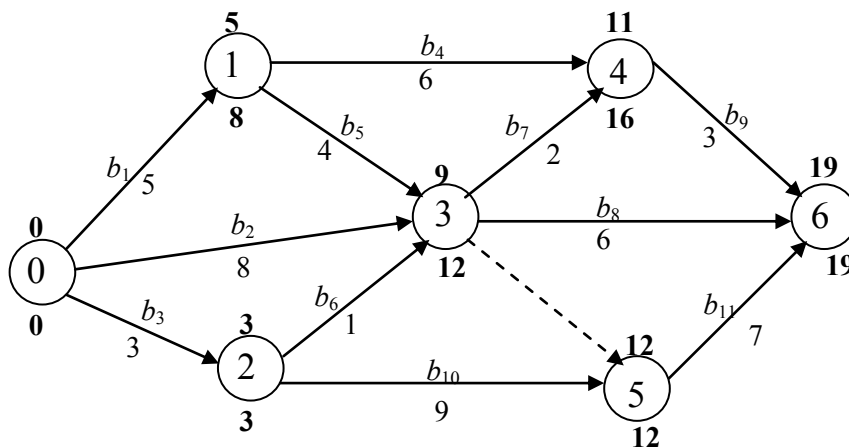


Рис. 2

Критическое время $T_{кр} = 19$.

Временные характеристики событий представлены в таблице:

Событие	Ранний срок $T_p(i)$	Поздний срок $T_n(i)$	Резерв времени $R(i)$
* 0	0	0	0
1	5	8	3
* 2	3	3	0
3	9	12	3
4	11	16	5
* 5	12	12	0
* 6	19	19	0

Резервы времени событий найдены по формуле $R(i) = T_n(i) - T_p(i)$.

Критический путь проходит через события с нулевым резервом времени, т. е. через события 0, 2, 5, 6.

Найдем резервы времени работ.

Наиболее ранний возможный срок начала работы $b_k = (i, j)$ равен наиболее раннему сроку наступления события i : $S_p(b_k) = T_p(i)$, а наиболее поздний допустимый срок окончания работы $b_k = (i, j)$ равен наиболее позднему сроку наступления события j : $E_n(b_k) = T_n(j)$.

Полный резерв времени работ найдем по формуле

$$r_n(b_k) = r_n(i, j) = T_n(j) - T_p(i) - t_{ij} = E_n(b_k) - S_p(b_k) - t_{ij}.$$

Независимый резерв времени работ найдем по формуле

$$r_n(b_k) = r_n(i, j) = T_p(j) - T_n(i) - t_{ij}.$$