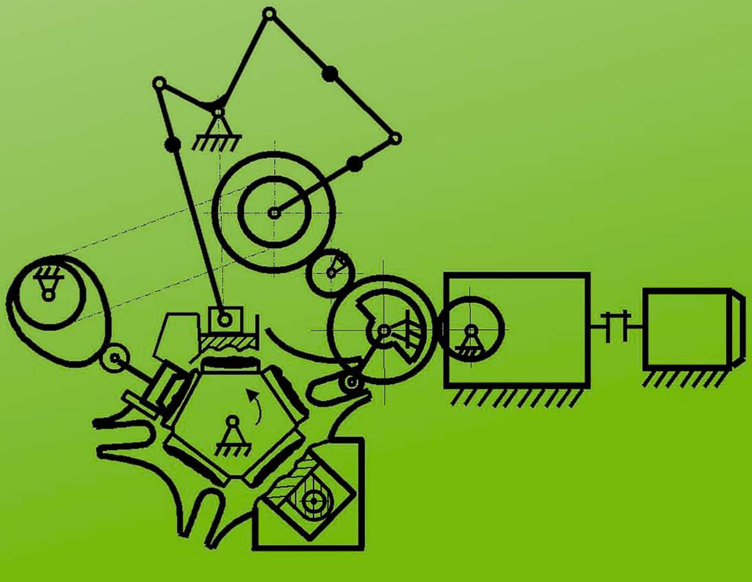
В.И. Суслов

Теория механизмов

Кинематика, динамика и синтез механизмов промышленности строительных материалов



В.И. Суслов

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ
КИНЕМАТИКА, ДИНАМИКА И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Допущено Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по специальностям «Механическое оборудование
и технологические комплексы предприятий строительных материалов,
изделий и конструкций» и «Механизация и автоматизация строительства»
направления подготовки дипломированных специалистов «Строительство»

Издательство Ассоциации строительных вузов
Москва 2006

УДК 621.01
ББК 34.4
С 90

Рецензенты:
заведующий кафедрой «Оборудование и автоматизация силикатных производств» Уральского государственного технического университета, профессор *Дзюзер В.Я.*; доктор технических наук, профессор БелГТАСМ *В.С. Богданов*; доктор технических наук, профессор Пермского технического университете *Л.В. Берестов*.

Суслов В.И.
Теория механизмов. Кинематика, динамика и синтез механизмов промышленности строительных материалов: Учебное пособие. – Москва: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2006. – 96 с.

ISBN 5-93093-441-X

Учебное пособие состоит из четырех разделов: кинематика стержневых механизмов, основы динамики механизмов с жесткими и упругими звеньями и синтез кулачковых механизмов. Все разделы иллюстрированы примерами исследования машин для производства строительных материалов. Кроме сведений, предусмотренных программой по курсу теории механизмов и машин, в пособии освещены перспективные направления в создании новой техники, ставшие актуальными в последнее десятилетие. Методы анализа и синтеза механизмов ориентированы на студентов механических специальностей.

ISBN 5-93093-441-X

Учебное издание

Суслов Виктор Иванович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ
КИНЕМАТИКА, ДИНАМИКА И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Редактор: *Г.Н. Афонина*
Корректор: *В.А. Дегтярева, Р.В. Воробьева*
Дизайн обложки: *Н.С. Кузнецова*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98. Сдано в набор 20.10.04.
Подписано к печати 20.01.06. Формат 60х90/16.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Бумага офсетная

Усл. 6 п. л. Заказ № . Тираж 1000 экз.

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, оф. 706 (отдел реализации к. 511)
тел., факс: (495)183-56-83; e-mail: iasv@mgsu.ru, http://www.iasv.ru/

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ КИНЕМАТИКА СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМОВ

1.1. Степени свободы в механизме

Механизмом называют искусственно созданную систему тел, предназначенную для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел. Твердое тело, входящее в механизм, принято называть звеном. У любого механизма есть неподвижное звено – стойка. Для всех механизмов, схематично показанных на рис. 1.1, стойка обозначена грунтовкой. Подвижные звенья делят на ведущие и ведомые. Подвижное соединение двух звеньев называют кинематической парой. Звено, которому сообщают движение извне, называют входным, или ведущим. Очевидно, что все оставшиеся звенья, кроме ведущих и стойки, следует называть ведомыми.

Обычно ведущему звену приписывается обобщенная координата, то есть такой кинематический параметр, который определяет однозначно положение всех остальных звеньев, образующих конфигурацию механизма. Число обобщенных координат в механизме, как правило, не меньше числа ведущих звеньев, однако число обобщенных координат всегда равно числу степеней свободы в механизме.

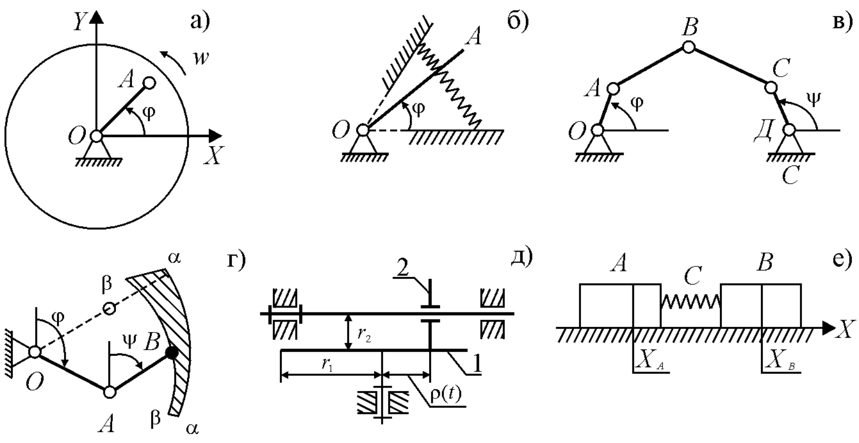


Рис. 1.1. Простейшие механизмы и их обобщенные координаты
а – механизм с одной степенью свободы; б – механизм с потенциальным рекуператором энергии; в – пятизвенный механизм с двумя степенями свободы; г – трехзвенный механизм с двумя степенями свободы; д – вариатор; е – механизм с упругой связью и двумя степенями свободы

В механизме с одной степенью свободы положение одного ведущего звена определяет положение всех ведомых звеньев. В рычажных механизмах ведущим звеном часто служит кривошип (рис. 1.1, *а*). Вращение кривошипа вокруг неподвижной геометрической оси определяется заданием величины угла поворота φ. Конструктивно кривошип может быть совмещен с колесом (рис. 1.1 *а*), а также выполнен в виде эксцентрика или коленчатого вала. Например, у щековых дробилок кривошип является эксцентриком ведущего вала.

На рис. 1.1 *б* показано звено, которое не совершает полного оборота вокруг своей оси и перемещается с помощью пружины. Однако его положение также полностью определяется обобщенной координатой φ. Такие устройства имеют место в конструкциях механических систем с рекуператорами энергии. Кинематические параметры движения звеньев, следующих за ведущим звеном, определяются из одного дифференциального уравнения.

На рис. 1.1 *в* показана структурная схема пятизвенного механизма, у которого две независимые обобщенные координаты φ, ψ. У такого механизма две степени свободы, то есть два ведущих звена *ОА* и *СД*, связанных со стойкой.

Потребность в устройствах, способных заменить руки человека в производственном процессе, в первую очередь связана с развитием экологически неблагоприятных производств. Техническое устройство, предназначенное для воспроизведения функций руки человека в сфере его трудовой деятельности, называют манипулятором. В механике манипуляторов большое внимание уделяется дифференциальным шарнирно-рычажным конструкциям характеризующимися сложными видами взаимных движений звеньев. Это связано с тем, что структурная схема способна придать манипулятору ряд ценных свойств, таких как минимальные габариты и массы звеньев, устранение зазоров в кинематических парах, минимальное энергопотребление, достижение максимальной зоны сервиса. На рис. 1.1 *г* показана схема с двумя степенями подвижности, которая используется во многих конструкциях манипуляторов. Граница зоны сервиса помечена дугой $\alpha \sim \alpha$, а промежуточное положение, соответствующее независимым координатам φ, ψ, дугой $\beta \sim \beta$. У механизма также две степени свободы. Однако в отличие от предыдущей схемы со стойкой связано только одно вращающееся звено *ОА*.

Ограничения, накладываемые на положения и скорости точек механической системы, которые должны выполняться при любых действующих на систему силах, называют связями. В структурной классификации кинематических пар по И.И. Артоболевскому доказывается, что на относительное движение звеньев в каждой паре накладывается от одной до пяти геометрических связей, которые ограничивают перемещение звеньев. Однако существуют между звеньями и кинематические связи, которые содержат производные от обобщенных координат по времени. В некоторых случаях эти связи не приводятся к геометрическим, то есть не интегрируются. Такие связи называют неголономными.

На рис. 1.1 *д* показана лобовая фрикционная передача. Точка контакта фрикционных тел подвижна, так как ролик *2* имеет скользящую в осевом направлении посадку. Расстояние $\rho(t)$ между осью диска *1* и точкой контакта можно изменять независимо от вращающихся тел в пределах $0 < \rho(t) < r_1$. Такие устройства называют вариаторами. Следовательно, у вариатора передаточное отношение между звеньями *1* и *2* переменно и зависит от времени $u(t) = r_2 / \rho(t)$, а зависимость между изменениями обобщенных координат $d\varphi_1 = u(t)d\varphi_2$ становится неинтегрируемой. В случае $\rho = const$ лобовые передачи используют во фрикционных прессах.

Системы с конечным числом степеней свободы являются расчетными схемами более сложных реальных конструкций. Так, на рис. 1.1 *е* показана схема, в которой учитывается жесткость между звеньями *A* и *B*. Если пренебречь массой пружины с коэффициентом жесткости *с*, то такая расчетная схема также будет иметь две степени свободы по количеству обобщенных координат X_A, X_B.

В дальнейшем будут рассмотрены движения звеньев в системах с одной и двумя степенями свободы. Эти системы наиболее просты, а закономерности, справедливые для них, справедливы и для более сложных систем. Базой для кинематического анализа служит структурная классификация механизмов по Ассуру-Артоболевскому [4].

1.2. Координатный метод исследования для механизма 1-го класса

В кинематике механизмов рассматривают движение звеньев без учета действия внешних сил. Такое исследование является предварительным этапом перед всесторонним изучением движения в динамике. Результатом кинематического исследования является определение перемещений, скоростей и ускорений точек звеньев, а также самих звеньев механизма. Изменения кинематических параметров сопоставляются в зависимости от времени или от положения звеньев. Например, изменение положения рабочего органа механизма зависит от положения ведущего звена.

У механизма, показанного на рис. 1.1 *а*, положение звена *OA* полностью определяется обобщенной координатой φ – углом поворота звена. Система декартовых координат, связанная со стойкой механизма, далее считается абсолютной. Связь между углом φ и декартовыми координатами *X,Y* очевидна. Для точки *A* кривошипа имеем

$$\begin{aligned} XA &= \ell_{OA} \cos\varphi, \\ YA &= \ell_{OA} \sin\varphi, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где ℓ_{OA} – длина кривошипа.

Таким образом, декартовы координаты являются функциями обобщенной координаты $X(\varphi)$, $Y(\varphi)$. Дифференциальные зависимости $\frac{dX}{d\varphi}$, $\frac{dY}{d\varphi}$ называют проекциями аналогов скорости на соответствующие оси координат. Аналог скорости и его проекции связаны между собой зависимостью:

$$\frac{dS}{d\varphi} = \sqrt{\left(\frac{dX}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi}\right)^2} \text{ [м].}$$

Между линейной скоростью точки звена и аналогом скорости существует однозначная зависимость. Например, для скорости точки A звена OA получим

$$VA=\sqrt{\left(\frac{dXA}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)^2+\left(\frac{dYA}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}=\omega\frac{dSA}{d\varphi}, \tag{1.2}$$

где ω – угловая скорость звена OA.

Ускорение точки A также определяется через проекции на оси координат. Связь между проекциями ускорения и проекциями его аналогов устанавливается по правилам дифференцирования сложной функции. Например

$$\frac{d^2X}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dX}{dt}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dX}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)=\frac{d^2X}{dtd\varphi}\omega+\frac{dX}{d\varphi}\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2}=\frac{d^2X}{d\varphi^2}\omega^2+\frac{dX}{d\varphi}\varepsilon,$$

где ε – угловое ускорение звена.

Аналогично определяются проекции ускорения на ось Y. Если угловая скорость постоянна, ω = const, то для ускорения точки A получим

$$WA=\omega^2\sqrt{\left(\frac{d^2XA}{d\varphi^2}\right)^2+\left(\frac{d^2YA}{d\varphi^2}\right)^2}=\omega^2\frac{d^2SA}{d\varphi^2}, \tag{1.3}$$

где $\frac{d^2SA}{d\varphi^2}$ – аналог ускорения точки A в основном движении звена.

Приведенные выше зависимости легко обобщить для определения скоростей и ускорений любых точек звеньев механизма. Таким образом, скорости и ускорения звеньев зависят как от угловой скорости ведущего звена, так и от его положения.

1.3. Определение положений звеньев для структурной группы II класса 1-го вида

В данном разделе излагается метод, основанный на координатном способе исследования структурных групп Ассура [1]. По заданным координатам крайних для структурной группы кинематических пар вначале решается задача о положении звеньев, затем определяются линейные скорости и ускорения характерных точек звеньев, а также угловые аналоги скорости и ускорения самих звеньев. Значения кинематических параметров конкретного механизма рассчитываются в зависимости от заданного закона изменения кинематических параметров ведущего звена.

Для структурной группы первого вида (рис. 1.2) заданы размеры звеньев $\ell_{AB}=b$, $\ell_{BD}=d$. Положение точки S на звене AB определяется длиной ℓ_{AS}, а положение точки K на звене BD – углом δ и длиной ℓ_{DK}. В произвольно выбранной декартовой системе координат XOY заданы координаты XA(φ), YA(φ) и XD(φ), YD(φ) как функции обобщенной координаты φ. За положительное направление вращения звена будем считать то, которое соответствует наименьшему углу поворота оси X при совмещении ее с осью Y. Требуется определить координаты точек *B*, *S* и *K*, а также угловые положения α, θ звеньев *AB*, *BD*. При дальнейшем изложении зависимость кинематических параметров от обобщенной координаты φ подразумевается, а символ φ опускается.

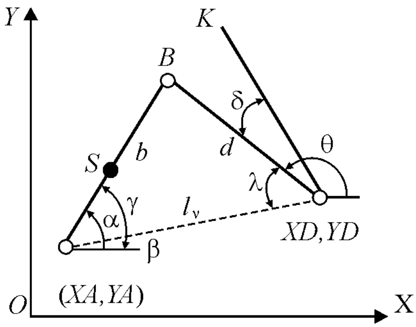


Рис. 1.2. К кинематическому исследованию структурной группы II класса 1-го вида

С учетом принятых обозначений для определения координат точки *B* можем записать

$$XB = XA + b \cdot \cos\alpha,$$
$$YB = YA + b \cdot \sin\alpha, \qquad (1.4)$$

где α – угол, пока еще неизвестный, между положительным направлением оси абсцисс *OX* и звеном *AB*.

Введем переменную длину ℓ_v, которая при известных значениях координат кинематических пар *A,D* находится по теореме Пифагора из выражения

$$\ell_v^2 = (YD - YA)^2 + (XD - XA)^2 . \qquad (1.5)$$

В этом случае значение угла α можно определить через дополнительные углы β и γ относительно звена переменной длины $AD = \ell_v$ так, что

$$\alpha = \beta + \gamma . \qquad (1.6)$$

Через известные координаты точек *A* и *D* определим

$$\beta = \mathrm{arctg}\frac{YD - YA}{XD - XA}. \qquad (1.7)$$

Для второго вспомогательного угла из треугольника *ABD* по теореме косинусов найдем

$$\gamma = \arccos\frac{b^2 + \ell_v^2 - d^2}{2b\ell_v}. \qquad (1.8)$$

Таким образом, алгоритм, составленный из выражений (1.4)–(1.8), позволяет найти координаты точки *B*. Так как декартовы координаты кинематических пар *A* и *D* зависят от обобщенной координатыφ, то и для *B* имеются *XB*(φ), *YB*(φ).

Положение точки *S* для звена *AB* с учетом (1.6) нетрудно найти, если воспользоваться следующими формулами:

$$XS = XA + \ell_{AS} \cdot \cos\ \alpha,$$
$$YS = YA + \ell_{AS} \cdot \sin\alpha. \tag{1.9}$$

Для точки *K* звена *BDK* получим следующие координаты:

$$XK = XD + \ell_{DK} \cdot \cos\ (\theta - \delta),$$
$$YK = YD + \ell_{DK} \cdot \sin\,(\theta - \delta), \tag{1.10}$$

где из геометрических соображений

$$\theta = \pi + \beta - \lambda\,, \tag{1.11}$$

а угол λ из треугольника *ADB* определяется по теореме косинусов:

$$\lambda = \arccos\ \frac{d^2 + \ell_v^2 - b^2}{2d\ell_v}. \tag{1.12}$$

В качестве примера рассмотрим определение координат точки *L* расширенного шатуна *ABL* и углового положения коромысла *DB* механизма шарнирного четырехзвенника (рис. 1.3). Заданы кинематическая схема механизма, то есть размеры звеньев, а также положение геометрических осей вращения кривошипа *O*(0,0) и опоры коромысла *D*(*XD,YD*).

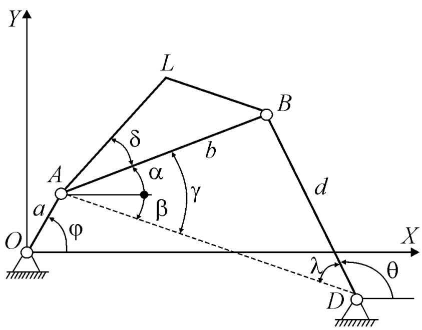


Рис. 1.3. Механизм шарнирного четырехзвенника с опорой коромысла в *D*.

В качестве примера рассмотрим определение координат точки *L* расширенного шатуна *ABL* и углового положения коромысла *DB* механизма шарнирного четырехзвенника (рис. 1.3). Заданы кинематическая схема механизма, то есть размеры звеньев, а также положение геометрических осей вращения кривошипа *O*(0, 0) и опоры коромысла *D*(*XD, YD*).

Для данного механизма обобщенной координатой будет угол поворота кривошипа *OA*, так как именно от него будут зависеть положения подвижных звеньев *AB* и *BD* или, как принято говорить, конфигурация звеньев механизма. Координаты пальца *A* кривошипа *OA* можно получить из формулы (1.1). При известных *XA*(φ), *YA*(φ) выражения (1.4)–(1.8) дают алгоритм для определения координат кинематической пары *B*, а формула (1.11) описывает угловое положение коромысла BD по отношению к положительному направлению оси абсцисс.

Для определения положения точки L расширенного шатуна ABL имеем

$$XL = XA + \ell_{AL} \cdot \cos(\alpha + \delta),$$

$$YL = YA + \ell_{AL} \cdot \sin(\alpha + \delta).$$

В данном случае при описании координат XL, YL значение угловой координаты звена δ прибавляется, а не вычитается [см. формулы (1.10)].

В промышленности строительных материалов для крупного и среднего дробления (степень измельчения обычно 3–5) используют щековые дробилки. Наиболее распространены щековые дробилки с простым (ЩДП) и сложным (ЩДС) движением щеки. Кинематическая схема ЩДС представлена на рис.1.4.

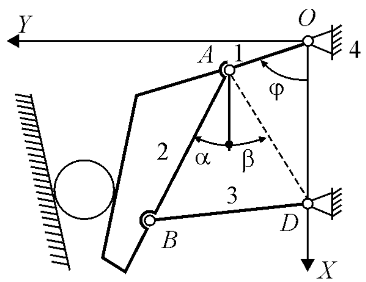


Рис. 1.4. Кинематическая схема щековой дробилки типа ЩДС

Эксцентриковый вал (кривошип *1*) является ведущим звеном и вращается в подшипниках стойки *4*. Подвижной щекой дробилки служит коробчатого сечения шатун *2*, который верхней головкой одет на эксцентрик вала *1*. Нижняя часть шатуна связана с распорной плитой (коромысло *3*). Следует отметить условность кинематической схемы. Реально распорная плита образует с сопряженными звеньями *2, 4* не шарниры, а открытые, геометрически незамкнутые кинематические пары.

При описании положений звеньев дробилки следует учесть расположение осей координат. Если выбрать начало координат, совпадающим с центром вращения кривошипа, то наиболее удачный выбор осей абсцисс и ординат показан на рис. 1.4. Конфигурация звеньев дробилки полностью определяется углом φ поворота кривошипа. Следовательно, алгоритм описания (1.1), (1.4)–(1.8) позволяет определить положение всех звеньев щековой дробилки.

В шарнирном четырехзвеннике при определении углового положения шатуна AB следует учитывать не только способ крепления коромысла относительно стойки механизма, но и направление вращения относительно выбранной системы координат. Громоздкость формул, описывающих положение звеньев, зависит от выбора абсолютной системы координат. Типовые случаи относительного расположения неподвижных кинематических пар приведены на рис. 1.5. Описание углового положения шатуна ведется отно-