Математика XX века

Взгляд из Петербурга

$$R_{12}R_{13}R_{23} = R_{23}R_{13}R_{12}$$

$$\pi_0 \mathrm{Diff}(S^6) = \mathbb{Z}_{28}$$

$$h(T) = E(T^{-1}\xi \mid \xi)$$

Математика XX века.
Взгляд из Петербурга

Под редакцией А. М. Вершика

Москва
Издательство МЦНМО
2010

УДК 51(06)
ББК 22.1я5
М34

М34 **Математика XX века. Взгляд из Петербурга** / Под ред. А. М. Вершика. — М.: МЦНМО, 2010. — 184 с.

ISBN 978-5-94057-586-3

Сборник содержит статьи известных ученых о некоторых выдающихся достижениях математики XX века и об их последующем развитии и влиянии. Выбор тем и акцентов определяется самими авторами и поэтому более связан с интересами ряда математиков Ленинградской-Петербургской математической школы.

ББК 22.1я5

Ответственный редактор Лодкин А. А.

Математика XX века. Взгляд из Петербурга

Под редакцией А. М. Вершика

Подписано в печать 17.12.2009 г. Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 11,5. Тираж 1000 экз. Заказ № .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–74–83

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Принт Сервис Групп».
Москва, 2-й Лихачевский пер., д. 7.

ISBN 978-5-94057-586-3

Содержание

Предисловие научного редактора сборника

Предлагаемый читателю сборник содержит ряд очерков о крупных математических событиях XX века, какими они видятся нескольким петербургским математикам, согласившимся написать об этом. Разумеется, сам выбор этих событий и расстановка акцентов в очерках — дело исключительно субъективное и определяемое самими авторами, их интересами и точками зрения. Как следствие этого, трактовка математических событий и их оценка не должны восприниматься читателем как коллективная позиция авторов и редактора сборника и, тем более, как общее мнение специалистов в соответствующих областях математики. С другой стороны, прошло уже десятилетие нового века; от открытий, о которых идет речь, отделяют еще большие промежутки времени, поэтому можно смело считать, что мнения авторов не сиюминутны и заслуживают рассмотрения заинтересованного читателя.

К сожалению, не удалось привлечь к написанию очерков более широкий круг петербургских специалистов, и многие темы, характерные для петербургской — ленинградской математики остались за пределами сборника. Стоит еще сказать, что история настоящего издания началась с идеи о таком же издании, посвященном всем естественным наукам и рассчитанном на широкую аудиторию, — эту идею выдвинул Петербургский научный центр РАН в 2000 году, но осуществить ее не смог. Но мы по-прежнему рассчитываем на интерес к настоящему, уже чисто математическому изданию со стороны не только математиков, но и ученых других специальностей, и всех интересующихся наукой.

А. М. Вершик
Июнь 2009 г.

В. М. Бабич

К истории открытия обобщенных функций

§ 1. Вводные замечания

Сформулированное в 1830-х годах Дирихле и Лобачевским определение функции как *отображения* сначала казалось безукоризненным. Прошли десятилетия, и многие математики стали его критиковать как слишком широкое: неясно, как задавать совсем уж произвольное отображение. Эта критика была связана с разразившимся в математике «кризисом основ» и привела к созданию таких понятий, как *нормальный алгоритм*, *общерекурсивная* функция. Но сейчас об этом пойдет речь.

Была и другая (неявная) критика. Понятие функции как отображения порою слишком узко для физики. В самом деле: в физике есть такое понятие, как *сосредоточенный* электрический заряд величины e или *заряды на поверхности* S, *распределенные на ней с плотностью* σ. Есть еще уравнение Пуассона для потенциала электростатического поля V, когда заряды распределены с плотностью ρ: $\Delta V = -4\pi\rho$. Возникает вопрос: какое ρ соответствует сосредоточенному заряду? Зарядам на поверхности S? Ясно, что классическими функциями здесь не обойтись. Чтобы как-то заполнить этот и похожие пробелы в математической физике, были изобретены δ-функция и ее производные — объекты, явно выходящие за рамки классического анализа. Нужные определения, имеющие важную общематическую значимость, были предложены[1] С. Л. Соболевым.

§ 2. Функции от областей Гюнтера

Н. М. Гюнтер в своих публикациях отмечал (см., например, [2]), что в реальной жизни мы фактически имеем дело не с функциями точки, а с функциями от областей. «Всякий говорит о массе тела, а это функция области, соответствующую среднюю функцию вы назвали средней плотностью...» и т. д. Далее, так как при описании физической реальности мы чаще имеет дело с функциями от областей, чем

[1] В статье [1] указывается, что «...δ-функция Дирака, „обобщенные функции“ Соболева, „распределения“ Шварца и т. д. были хорошо известны Пуанкаре». В силу того, что из статьи [1] неясно, о какой публикации Пуанкаре идет речь (и были ли вообще эти результаты опубликованы), мы не будем здесь обсуждать вклад знаменитого французского ученого в теорию обобщенных функций.

с функциями точки, то естественно и краевые задачи ставить в терминах функций от областей. Н. М. Гюнтер рассматривал примеры таких постановок для разных краевых задач.

Он верил в будущее создаваемого им математического аппарата. Верил, что при его применении «задача, имеющая целью разобрать явление внешнего мира, отчасти освобождается от стеснительных условий, наложенных на нее по необходимости, вследствие ограниченности наших средств, и природа, освобожденная от этих стеснений, начинает выдавать свои тайны» (см. [2]).

Следует отметить, что аппарат функций от областей не оказался удобным в применении, но это был важный шаг к созданию теории обобщенных функций. Другой существенный шаг был сделан в работе Л. В. Канторовича [3]. Здесь, опираясь на предложенное им обобщение интеграла Стилтьеса, автор вводит такое понятие решения обыкновенного линейного дифференциального уравнения, которое позволяет рассматривать в качестве его свободного члена вторую производную от функции, имеющей разрывы.

§ 3. Обобщенные функции Соболева

В 1929 году С. Л. Соболев блестяще окончил физико-математический факультет Ленинградского университета. В аспирантуру он принят не был. Видимо, сыграло роль его непролетарское происхождение. Он поступил на работу в организованный профессором В. И. Смирновым теоретический отдел Сейсмологического института АН СССР. Именно работа над математическим описанием нестационарных волновых процессов способствовала введению С. Л. Соболевым обобщенных решений задач математической физики. Следующим этапом в обобщении понятия решения было «решение в функционалах» (см. [4,5]). «Решение в функционалах» — это и есть «обобщенная функция» (о. ф.). Сам С. Л. Соболев не применял термин о. ф. Это название укоренилось с 1950-х годов после серии работ И. М. Гельфанда и его учеников.

О. ф. — это линейный, непрерывный в той или иной топологии функционал на множестве «хороших» функций. Классический вариант о. ф. в области $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ — это функционал на множестве финитных в Ω бесконечно дифференцируемых функций $\{\varphi\}$. Локально интегрируемой функции $f \in L_{1\ loc}(\Omega))$ сопоставляется о. ф.

$$(f, \varphi) = \int_\Omega f(x)\varphi(x)\,dx.$$

Таким образом, о. ф. — это обобщение не «любых» функций, а только локально интегрируемых функций.

По-видимому, существует изоморфизм функций от областей Гюнтера и о. ф. вида $\int_\Omega \varphi\, dG$, где $\int \varphi\, dG$ — интеграл Лебега — Стилтьеса.

Занимаясь теорией нестационарных волн и гиперболических уравнений, С. Л. Соболев был вынужден обобщать понятие решения, ибо «обычными» функциями не описать, например, волны, порожденные точечным источником колебаний импульсного типа в упругой среде. Стимулирующую роль в этих обобщениях сыграла теория функций от областей Н. М. Гюнтера, о чем пишет Соболев в работе [6], где среди прочих результатов вводятся «обобщенные решения в смысле С. Л. Соболева».

Работы С. Л. Соболева по теории о. ф были, как говорится, «первыми нотами грядущей математической симфонии». Она «зазвучала» с 1950-х годов. Началась она с книг Л. Шварца, работ И. М. Гельфанда и его учеников. Превосходный обзор работ этого направления был сделан В. П. Паламодовым (см. [7, примечания к дополнению]). Трудно найти такой раздел математики, который не был бы связан с о. ф.: здесь и теория уравнений с частными производными, и гармонический анализ, и теория вероятностей, и многое другое. Вполне можно согласиться с В. П. Паламодовым, что теория о. ф. «стала одним из основных событий в анализе нашего времени».

Литература

1. *Арнольд В. И.* Недооцененный Пуанкаре // УМН. 2006. Т. 61, вып. 1(367). С. 3—24.
2. *Гюнтер Н. М.* О постановке некоторых задач математической физики // Лен. гос. университет. Ученые Записки. Серия математических наук. 1940. Вып. 10. С. 12—26.
3. *Канторович Л. В.* Об одном обобщении интеграла Стилтьеса // ДАН СССР. 1934. Т. 2, № 8—9. С. 417—421.
4. *Соболев С. Л.* Задача Коши в пространстве функционалов // ДАН СССР. 1935. Т. 3, № 7. С. 291—294.
5. *Соболев С. Л.* Méthode nouvelle à résoudre le problème de Cauchy pour les équations linéaires hyperboliques normales // Мат. сборник. 1936. Т. 1(43), № 1. С. 39—72. (Имеется русский перевод, включенный в книгу [7].)
6. *Соболев С. Л.* Общая теория дифракции волн на римановых поверхностях // Тр. Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. Отд. матем. 1935. Т. 9. С. 39—106.
7. *Соболев С. Л.* Некоторые применения функционального анализа в математической физике. М.: Наука, 1988.

Н. А. Вавилов

Простые алгебры Ли, простые алгебраические группы и простые конечные группы

§ 1. Введение

Не вызывает сомнения, что XX столетие в математике было веком теории Ли, в том же точном и очевидном смысле, в котором XVIII столетие было веком вещественного анализа, а XIX столетие — веком комплексного анализа.

В широком смысле теория Ли посвящена изучению симметрии. Важнейшая часть симметрии математического объекта описывается его *автоморфизмами*. Именно за эту часть симметрии и отвечает, как хорошо известно, теория групп. Имеется, однако, вторая, не менее важная часть симметрии, которая описывается *дифференцированиями* объекта. За нее отвечает теория алгебр Ли. Обе эти теории объединяются в теории алгебр Хопфа, или, как теперь принято говорить, теории квантовых групп, которая *одновременно* описывает как автоморфизмы, так и дифференцирования.

Глядя сегодня — по прошествии 2500 лет — на историю классической древности, мы можем не различать многих деталей. Но есть одно сверкающее событие, которое своим сиянием озаряет и придает смысл всему окружающему и которое само по себе делает для нас интересным все, что происходило в это время в Древней Греции. Я говорю об обнаружении правильных многогранников, или, как принято говорить, платоновых тел. Мне трудно назвать синхронное событие, кроме, *быть может*, возникновения великих философских учений и мировых религий, индуизма, иудаизма (с его разветвлениями в виде христианства и ислама), даосизма, конфуцианства, буддизма, которое с точки зрения своей значимости для современного мира хотя бы отдаленно к нему приближалось.

Точно так же, я убежден, обнаружение (или построение?) исключительных групп и алгебр Ли в работах Киллинга, Картана, Диксона и Шевалле представляет собой одно из самых замечательных — возможно, *самое* замечательное — открытие фаустовского тысячелетия.

Настоящая работа поддержана грантом НШ-8464.2006.1 и проектами РФФИ 08-01-00756, 09-01-00762, 09-01-0784, 09-01-00878, 09-01-90304 и 09-01-91333.

Я готов утверждать, что яркость и значимость классификации простых алгебр Ли и простых групп, подобно классификации платоновых тел, нисколько не померкнут через 2500 лет. Более того, ретроспективно эти достижения — наряду с созданием квантовой механики, пониманием механизма наследственности, появлением компьютеров и началом освоения человеком космического пространства — будут восприниматься как самые значительные события XX века, гораздо более важные, чем все войны и революции.

§ 2. Абстрактные простые группы

Напомним, что в каждой группе G есть два *очевидных* нормальных делителя, а именно тривиальная подгруппа 1 и сама группа G. С другой стороны, если $H \trianglelefteq G$ — неочевидный нормальный делитель группы G, то решение большинства *естественных* вопросов о группе G может быть сведено к решению аналогичных вопросов для нормального делителя H и факторгруппы G/H.

В случае бесконечной группы как H, так и факторгруппа G/H могут быть изоморфны группе G или даже быть в некотором смысле *больше*, чем сама G. Например, свободная группа F_2 с двумя образующими содержит в качестве подгрупп свободные подгруппы F_n больших конечных рангов и даже F_∞. Точно так же среди факторгрупп $\mathrm{SL}(2,\mathbb{Z})$ встречаются, как мы теперь знаем, почти все $\mathrm{SL}(n,\mathbb{Z})$. В то же время в случае конечной группы G группы H и G/H в строгом техническом смысле *меньше*, чем сама G. В самом деле, они имеют меньший, чем G, порядок, что во многих случаях позволяет проводить доказательства по индукции.

Поэтому основной интерес в теории *конечных* групп представляют группы, в которых нет никаких неочевидных нормальных делителей. Группа G называется **простой**, если $G \neq 1$ и из того, что $H \trianglelefteq G$, вытекает, что $H = 1$ или $H = G$. Простые группы являются блоками, из которых собраны все остальные группы и которые сами не могут быть разобраны на меньшие составные части. При этом, в отличие от (бессмысленной!) задачи классификации всех групп, — или всех *конечных* групп, — классификация простых групп различных классов хотя и очень сложна, но возможна.

Понятие простой группы было введено Эваристом Галуа. Ясно, что циклические группы $C_p \cong \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ простых порядков p доставляют тривиальные примеры простых групп: в них нет вообще никаких неочевидных *подгрупп*, не то что нормальных делителей. Столь же очевидно, что все остальные простые группы являются неабелевыми.

Первый пример неабелевых простых групп был открыт Галуа, который доказал следующий результат. Напомним, что знакопеременная группа A_n — это подгруппа индекса 2 в симметрической группе S_n, состоящая из всех четных перестановок. Заметим, что именно оценка $n \geqslant 5$ в этой теореме объясняет, почему алгебраические уравнения степени $n \leqslant 4$ разрешимы в радикалах, а уравнения степени $n \geqslant 5$ — нет.

Теорема (Галуа). *Знакопеременная группа A_n, $n \geqslant 5$, проста.*

В конце XIX века Камиль Жордан и Леонард Диксон открыли еще несколько семейств конечных простых групп — так называемые классические группы. Заметим, что еще до этого Эмиль Матье обнаружил пять совершенно замечательных простых групп — группы Матье. В дальнейшем, уже после классификации простых алгебр Ли, Диксон выдвинул программу построения конечных аналогов простых комплексных групп Ли. Ему действительно удалось построить группы типа G_2 и E_6. Он вплотную подошел к построению групп типов F_4 и E_7, но, к сожалению, не довел свою программу до завершения.

Простые алгебры Ли были классифицированы в самом начале развития этой теории. Поэтому теория алгебр Ли на 90 % представляет собой теорию простых алгебр Ли. Точно так же простые алгебраические группы были классифицированы практически одновременно с возникновением современной теории алгебраических групп. Поэтому теория алгебраических групп на 90 % представляет собой теорию простых алгебраических групп.

В то же время развитие теории конечных групп происходило совершенно иначе. Эта теория долгое время развивалась в условиях отсутствия классификации простых групп, без связи с этой классификацией и даже без надежды получить такую классификацию! Если Фробениус, Бернсайд и Диксон могли сформулировать задачу полной классификации конечных простых групп, то не как реалистическую программу, и даже не как отдаленную, но все же доступную задачу теории групп, а, скорее, как мечту. Результатом такого положения дел явилось гипертрофированное внимание к решению таких задач и изучению таких классов конечных групп, которые апостериори, в свете завершения классификации, не представляют никакого специального интереса.

Никакого заметного прогресса в этой области не происходило до второй половины 1950-х годов, когда работа Клода Шевалле по классификации простых алгебраических групп привела — в качестве неожиданного побочного продукта! — к открытию, после 50-летнего перерыва, нескольких новых серий конечных простых групп. Примерно в то же время работа Рихарда Брауэра и его учеников по теории модулярных представлений выявила роль инволюций и централизаторов инволюций в теории конечных простых групп и позволила сформулировать конкретные подходы к задаче классификации. С общематической точки зрения в высшей степени поучительно, что оба эти ключевых продвижения возникли не в самой теории абстрактных групп, а пришли извне, из теории алгебраических групп и неполупростой теории представлений соответственно.

§ 3. Группы Ли и алгебраические группы

Les groupes de Lie sont devenus le centre des mathématiques. On ne peut plus faire rien de serieux sans eux[1].

Jean Dieudonné

В геометрии, топологии и дисциплинах аналитического цикла группы почти всегда возникают не как абстрактные, а как *топологические* группы. В подавляющем большинстве случаев рассматриваемые там подгруппы замкнуты, гомоморфизмы и действия непрерывны, etc.

А именно, в 1925 году Отто Шрайер ввел понятие **топологической группы** как множества, на котором заданы *согласованные* структуры группы и топологического пространства. Согласованность означает здесь, что

- умножение $\mathrm{mult}\colon G\times G\to G$ непрерывно;
- взятие обратного $\mathrm{inv}\colon G\to G$ непрерывно.

При этом в приложениях чаще всего возникают такие топологические группы, в которых операции не просто непрерывны, а являются дифференцируемыми или аналитическими отображениями.

Пусть теперь K обозначает одно из классических полей, а именно поле $\mathbb{C}$ комплексных чисел или поле $\mathbb{R}$ вещественных чисел. **Группой Ли** называется множество, которое несет две *согласованные* структуры, группы и аналитического многообразия над K. Как и выше, согласованность означает, что

- умножение $\mathrm{mult}: G\times G\to G$ аналитическое,
- взятие обратного $\mathrm{inv}: G\to G$ аналитическое.

[1] Группы Ли стали самым центром математики. Без них теперь невозможно сделать ничего серьезного. *Ж. Дьедонне*.

Такие группы часто называются также **аналитическими группами**, в этом случае термин *группы Ли* применяется к формально более общему (но по сути эквивалентному) понятию. В соответствии с тем, структуру многообразия над каким полем несет группа Ли, она называется **комплексной** или **вещественной**.

Все рассматриваемые в теории групп Ли понятия апеллируют к аналитической структуре. Так, например, **морфизм групп Ли** — это такой гомоморфизм групп, который одновременно является *аналитическим* отображением. Точно так же подгруппа Ли одновременно является подгруппой и аналитическим подмногообразием.

Заметим, что сам Ли никогда не рассматривал группы Ли как глобальные объекты. При изучении дифференциальных уравнений он рассматривал системы *локальных* преобразований, то, что сегодня называется **локальными группами Ли** или **групускулами Ли**. Современное понятие группы Ли было введено в 1925—1926 годах Германом Вейлем.

С сегодняшней точки зрения теория групп Ли в значительной степени поглощена теорией алгебраических групп. С одной стороны, каждая вещественная или комплексная алгебраическая группа является группой Ли. В свою очередь, два наиболее важных класса групп Ли, а именно

- компактные вещественные группы Ли и
- комплексные полупростые группы Ли

являются линейными алгебраическими группами. Теория линейных алгебраических групп как раз и представляет собой обобщение наиболее содержательной части теории групп Ли — теории полупростых групп — на случай *произвольного* основного поля. Теория алгебраических групп играет для *всех* наук алгебраического цикла — самой алгебры, теории чисел, алгебраической геометрии, комбинаторики — такую же роль, как теория групп Ли для наук аналитического цикла — анализа, дифференциальной геометрии, теории дифференциальных уравнений, математической физики.

Изначально эта теория возникла в конце XIX — начале XX века в контексте теории Пикара — Вессио дифференциальных уравнений, однако в дальнейшем ее развитие приостановилось почти на полвека. Заметим, что в теории Пикара — Вессио алгебраические группы играют такую же роль при изучении дифференциальных уравнений, как конечные группы при изучении алгебраических уравнений в теории Галуа.

Современная теория алгебраических групп была создана Эллисом Колчином, Клодом Шевалле, Арманом Борелем, Андре Вейлем, Марвином Розенлихтом в 1940-е и 1950-е годы. В 1960-х ключевую роль в ее дальнейшем развитии сыграли многие замечательные математики, в том числе Жан-Пьер Серр, Тонни Спрингер, Жак Титс и Роберт Стейнберг.

Пусть K — алгебраически замкнутое поле. В самом общем смысле аффинное алгебраическое многообразие[1] над K следует понимать как множество решений некоторой системы алгебраических уравнений над K. Полиномиальное отображение одного аффинного алгебраического многообразия в другое называется регулярным (или морфизмом многообразий). Вообще алгебраическим многообразием называется объект, склееный из аффинных кусков при помощи регулярных отображений.

Определение алгебраических групп параллельно определению топологических групп, с заменой топологических пространств на алгебраические многообразия. А именно, **алгебраической группой** называется множество, которое несет две *согласованные* структуры, группы и алгебраического многообразия. Снова согласованность означает, что

- умножение $\mathrm{mult}\colon G\times G\to G$ регулярно;
- взятие обратного $\mathrm{inv}\colon G\to G$ регулярно.

Более квалифицированные читатели знают, что алгебраические многообразия снабжаются топологией Зарисского. Стоит подчеркнуть, что, за исключением тривиального случая конечных групп с дискретной топологией, алгебраическая группа *никогда* не является топологической группой относительно топологии Зариского.

В случае когда G является группой Ли или алгебраической группой, понятие простоты принято несколько модифицировать. А именно, G называется **простой**, если ее размерность >0 и у нее нет нормальных подгрупп *положительной размерности*. Таким образом, в простой группе Ли могут быть неочевидные нормальные подгруппы, но все они дискретны, а в случае алгебраических групп — конечны.

Изучение линейных групп Ли и линейных алгебраических групп сводится к двум противоположным случаям: разрешимым и полупростым группам. Индивидуально разрешимые группы устроены весьма просто, но об их классификации не может быть и речи. С другой стороны, строение полупростых групп достаточно замысловато,

[1] В отличие от классической алгебраической геометрии никаких дополнительных предположений типа неприводимости в теории алгебраических групп обычно не накладывается.

но зато имеется их полный список. При этом группа называется **разрешимой**, если она разрешима как абстрактная группа. Группа Ли называется **полупростой**, если у нее нет *разрешимых* нормальных подгрупп положительной размерности. Изучение полупростых групп моментально сводится к изучению простых групп.

Мы, конечно, не имеем здесь никакой возможности говорить о современном состоянии теории алгебраических групп. Кроме собственно структурной теории и теории представлений последние десятилетия огромное развитие получили также арифметическая и геометрическая теория алгебраических групп. Огромный вклад в эти направления внесли русские математики. Если говорить об арифметической теории, то это в первую очередь Владимир Петрович Платонов, Григорий Александрович Маргулис и их ученики. Геометрическая теория алгебраических групп изучает, в частности, алгебраические группы преобразований и представляет собой современную фазу развития теории инвариантов. Я думаю, большинство специалистов согласятся с утверждением, что теория инвариантов делится на две фазы: до работ Эрнеста Борисовича Винберга и Владимира Леонидовича Попова и после этих работ. Замечательную школу, совмещающую эти два направления теории алгебраических групп, создал Валентин Евгеньевич Воскресенский.

§ 4. Линейные группы

Открытие классических групп и классических алгебр Ли целиком принадлежит XIX веку. Собственно говоря, именно поэтому они называются классическими. Тем не менее, чтобы сформулировать основные классификационные теоремы, в этом и двух следующих параграфах мы напомним определения классических групп. Начнем со случая линейных групп.

Как хорошо известно, сопоставление квадратной матрице ее определителя является мультипликативным гомоморфизмом

$$\det\colon M(n,K)\to K,$$

иными словами, $\det(xy)=\det(x)\det(y)$. При этом матрица $g\in M(n,K)$ в том и только том случае обратима, когда ее определитель $\det(x)$ отличен от 0. Таким образом, **полную линейную группу** можно определить следующим образом:

$$\mathrm{GL}(n,R)=\{x\in M(n,R)\mid \det(x)\neq 0\}.$$

УДК 51(06)
ББК 22.1я5
М34

Издание осуществлено при поддержке РФФИ
(*издательский проект №* 09-01-07069).

РФФИ

М34 **Математика** XX века. Взгляд из Петербурга / Под ред. А. М. Вершика. — М.: МЦНМО, 2010. — 184 с.

ISBN 978-5-94057-586-3

Сборник содержит статьи известных ученых о некоторых выдающихся достижениях математики XX века и об их последующем развитии и влиянии. Выбор тем и акцентов определяется самими авторами и поэтому более связан с интересами ряда математиков Ленинградской-Петербургской математической школы.

ББК 22.1я5

Ответственный редактор Лодкин А. А.

Математика XX века. Взгляд из Петербурга

Под редакцией А. М. Вершика

Подписано в печать 17.12.2009 г. Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Печ. л. 11,5. Тираж 400 экз. Заказ №   .

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования.
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241–74–83

Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Принт Сервис Групп».
Москва, 2-й Лихачевский пер., д. 7.

ISBN 978-5-94057-586-3